



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



## Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

## Linee guida per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

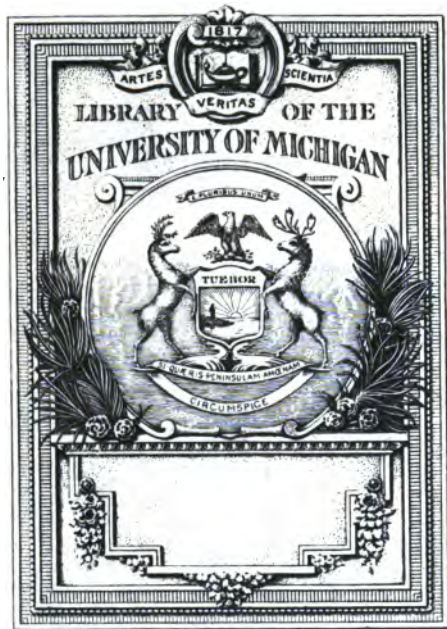
Inoltre ti chiediamo di:

- + *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.
- + *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.
- + *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.
- + *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertarti di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

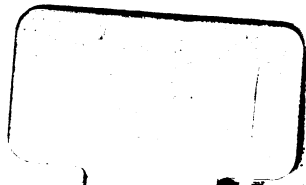
## Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da <http://books.google.com>

B 4



fs 62

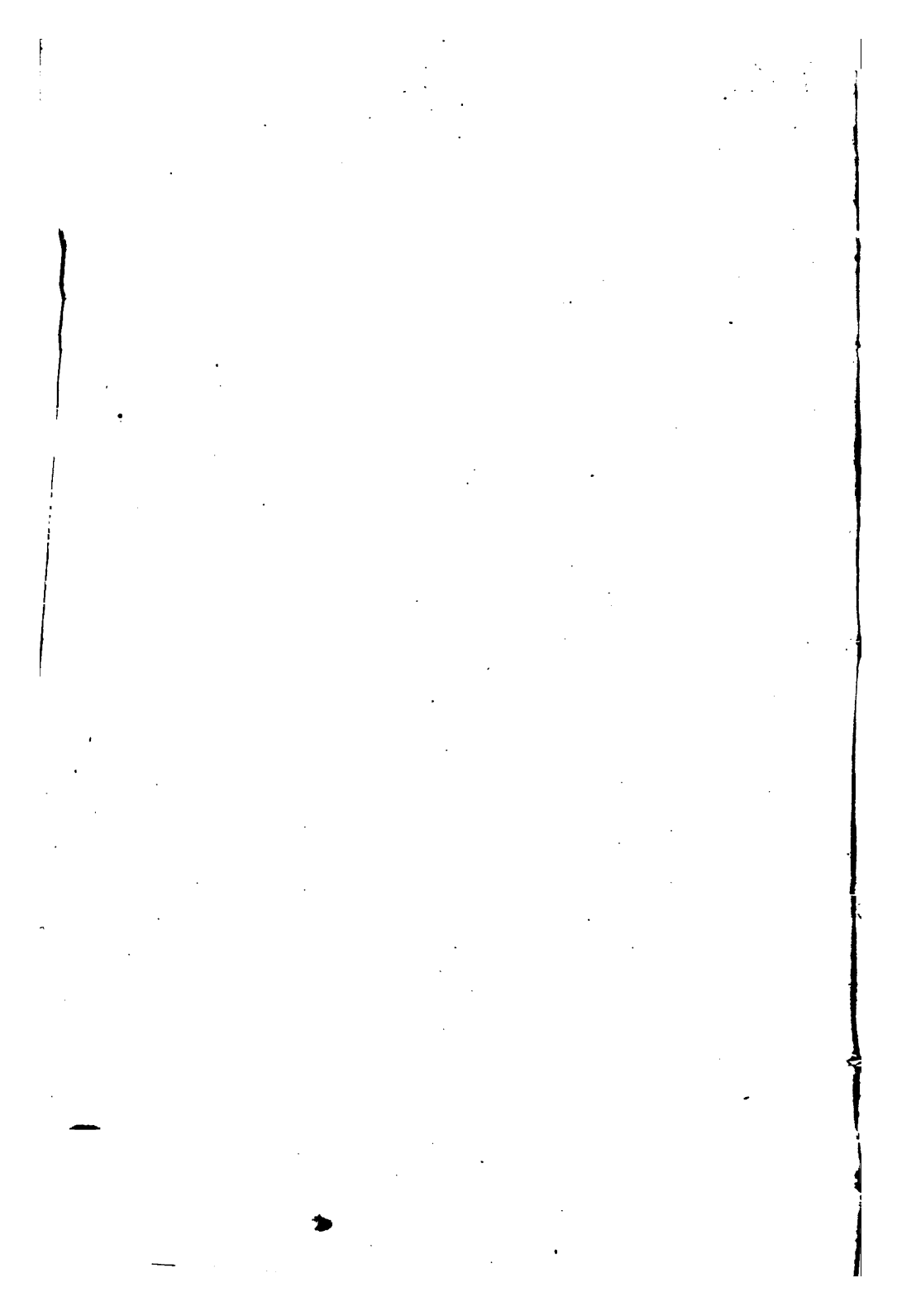


QC

123

.G75





# ISTITUZIONI MECCANICHE

T R A T T A T O

DEL P. ABATE D. GUIDO GRANDI

EX - GENERALE CAMALDOLESE, E PROFESSORE  
DI MATEMATICA NELL' UNIVERSITA' DI PISA

D E D I C A T O

All' Illustriss. e Clariss. Sig. Senatore

PIER FRANCESCO DE' RICCI

PRESIDENTE DELL' ILLUSTRISS. SACRA, E MILITARE RELIGIONE  
DE' CAVALIERI DI S. STEFANO, AUDITORE, E MODERATORE  
VIGILANTISSIMO' DELLO STUDIO PISANO.

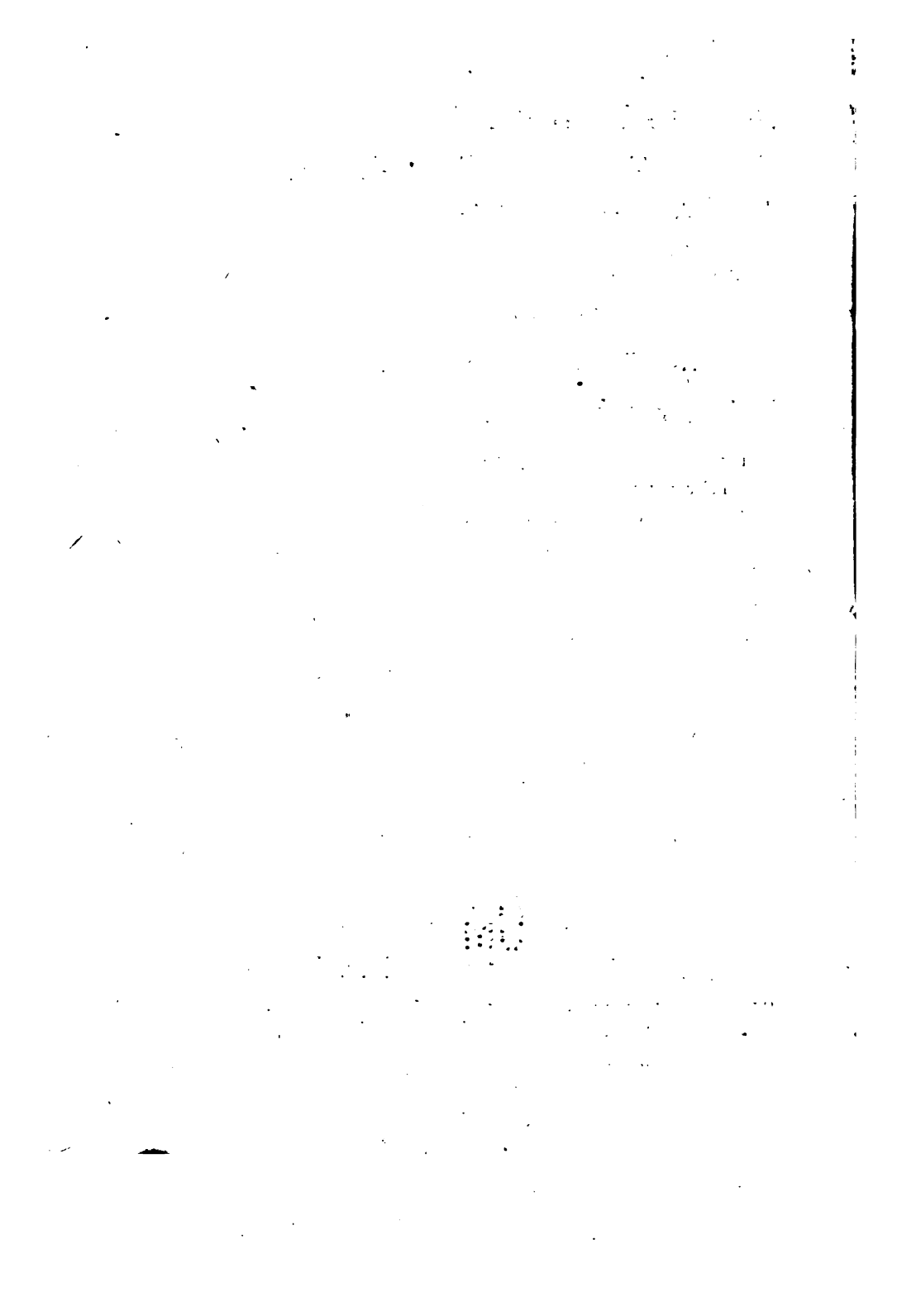


IN FIRENZE NELLA STAMPERIA DI S. A. R.

---

Per Gio: Gaetano Tartini, e Santi Franchi.

CON LIC. DE' SUP. MDCCLXXXIX.



mo                      mo                      re  
Illustrifs. , e Clarifs. Sig.  
e Padron Colendifs.



E ISTITVZIONI MECCANICHE

le quali ad alcuni studenti furono da me dettate in volgare, ed a più altri in latino, essendosi ora in questa nostra lingua Italiana stampate, mi dò l'onore di dedicarle a V. Sig. Illustrifs. e Clarissima; Perchè, essendo ella supremo Auditore, e Moderatore diligentissimo della nostra Pisana Università, averà gusto di esaminare queste mie private lezioni, per comprendere, se con la dovuta squisitezza, e diligenza, sianfi dichiarate nello studio le più utili parti della Scienza Matematica, impostami d'insegnare a codesti scolari. Non dubito, che V. Sig. Illustrissima, e Clarissima sia per approvare quest' Opera, benchè tanto in breve contenga li moltissimi Teoremi, e Problemi, at-

tenemi a questa Meccanica ; e spero ancora, che l'animo suo generosissimo potrà compiaterfi pure dell'altre Scienze Meccaniche, cioè Istituzioni Geometriche, Aritmetiche, Algebratiche, Ottiche, Catottriche, Diottriche, Astronomiche, &c. che altresì farò dare alla luce, tanto in lingua Toscana, che in lingua Latina, perchè possano essere intese ancora nell'altre Provincie d'Europa: purchè la mia età, già in molti anni avanzata, e da alcune familiari indisposizioni del capo oppressa, non mi trattenga dal poter disporre tutte queste mie speculazioni, in maniera di poterle così dare alle stampe, come so, che la sua graziosissima Gentilezza ne bramerà il compimento.

Mi rassegno però, con tutto l'ossequio, alla sua impareggiabile benignità, e rimettendomi a' suoi pregiatissimi comandi, sinceramente mi dò l'onore di confermarmi.

Di V. Sig. Illustrissima, e Clarissima

Devotissimo Obbligatissimo Servitore  
D. Guido Abate Grandi.



## P R E F A Z I O N E.

**Q**ueste MECCANICHE INSTITUZIONI, che comprendono la Scienza Teorica, e la Pratica del Moto de' Corpi pesanti, e delle forze, che si applicano a tali movimenti, benchè in breve Trattato raccolte, ne espongono però la maggior parte de' Teoremi, e Problemi necessarii per talè Scienza. Solamente si sono quì tralasciate alcune notizie, che appartengono all' Arte Militare, perchè non le ho stimate convenienti al mio Religioso Istituto, e possono vederfi ne' libri de' Secolari, Pietro Sardi Romano, Bonajuto Lorini Fiorentino, Pietro Paolo Floriani Maceratense, Donato Rossetti Livornese, Giuseppe Gallizio Veneziano, ed altri simili, l' Opere de' quali sono però molto lunghe, ed in alcuni libri di essi vi è la pura Pratica, non la dimostrazione Geometrica.

Que-

Questo mio Trattato è diviso in dieci Capitoli, de' quali il primo parla, *del Moto Equabile*; il secondo, *de' Momenti* di qualsivoglia forza; il terzo, *del Centro di Gravità*; il quarto, *del Moto composto di più Moti Equabili*; il quinto, *delle Macchine, che facilitano il Moto*; il sesto, *del Moto accelerato, e ritardato*; del che pure ne ho stampato nelle note del Galileo, circa il moto naturalmente accelerato, come può vedersi nell'ultima edizione dell'Opere Galileane, nel tomo 3. dalla pag. 382. alla pag. 419. Il settimo è, *del Moto composto di moto equabile, e dell' accelerato*, che accade ne' vari tiri di palle, di cui ancora ho parlato nelle suddette mie note del Galileo, dalla pag. 419. alla pag. 425. L'ottavo capitolo è, *della Percossa*, il nono, *de' Pendoli*, e l'ultimo, cioè il decimo è, *della resistenza de' Solidi*. Di ciò avea già molto parlato nella mia *Risposta Apologetica*, gli di cui Teoremi sono molto approvati dal Sig. Pietro Van Musschenbroek, dottissimo Professore dell'Accademia di Utrecht, nel suo libro *di Fisica Esperimentale, e Geometrica*, stampato in Leida del 1729. ed ancora ne ho discorso di molto nel Trattato *delle Resistenze*, principiato dal Viviani, e da me compiuto, riordinato, ed accresciuto con moltissime dimostrazioni, il quale è puré impresso nel detto tomo 3. della nuova edizione del Galileo, dalla pag. 193. alla 305.

Si poteva ancora , tra queste Meccaniche dimostrazioni , aggiungervi ciò , che si è da me dimostrato ne' due libri , *del Movimento dell' acque* , stampati nel tomo 2. della *Raccolta degli Autori , che trattano del Moto dell' acque* , dalla pag. 435. alla pag. 593. gli quali può essere ancora si tornino a ristampare nel Corso mio matematico , in cui si vedranno ancora esposti gli Elementi Geometrici , ed Aritmetici , e Conici , ed Algebratici , ed Ottici , ed Astronomici &c. tutti in breve dimostrati , gli quali non solo saranno proposti in simili tometti piccoli , con questa nostra Toscana lingua : ma di più se ne farà l' impressione di tutti questi Trattati in lingua Latina , raccolti in quarto , perchè ancora da gli Oltramontani possano essere intesi .

Ancora nel sopra accennato tomo 3. del Galileo , dalla pag. 331. alla altra 339. vi sono stampate alcune mie dimostrazioni circa il *Moto de' Corpi Solidi , in un mezzo fluido* ; Il che pure può appartenere a quest'Opera Meccanica : ma basta si osservi dove già è impresso nel detto libro . Però sarà bene , che da molti si consideri questo Trattato , in cui sono le principali dimostrazioni , di molti effetti assai giovevoli a molte pratiche , di cui ne hanno discorso ancora gli antichi Filosofi , e Matematici , avendone ancora Aristotele fatta un Opera di Meccanica , però con alcune falsità



sità aggiuntevi, onde Girolamo Cardano, e Francesco Patrizio, non stimano, che possa essere quell'Opera scritta da lui; e meglio parlano di queste proposizioni gli Matematici, che i puri Filosofi. Però non si ritrova chi spieghi nella Meccanica tutti gli argomenti, di cui io parlo in questi dieci Capitoli: mentre la maggior parte degli altri Autori, o parlano solamente dell'uno, o di due, o di tre soli oggetti, ivi proposti; Però, benchè vi manchino alcune poche cose, suppongo, che siano per soddisfarli meglio molti Studenti di questa materia, nel presente Trattato da me proposto.

# INSTITUZIONI MECCANICHE

---

## DEFINIZIONI.



**I.** **PER MECCANICA** s'intende la scienza del moto, e delle forze moventi.

**II. VELOCITÀ** si chiama quella proprietà relativa del moto, che nasce dal paragone dello spazio scorso dal mobile, e dal tempo impiegato nel moto; sicchè dicesi tanto più veloce un moto dell' altro, quanto maggiore è lo spazio fatto in egual tempo, ovvero quanto minore è il tempo speso in fare spazj eguali.

**III. MOTO EQUABILE** dicesi quello, in cui si mantiene sempre la stessa velocità: sicchè in qualunque egual parte di tempo, si passi una parte eguale di spazio.

**IV. MOTO ACCELERATO** si chiama quello, in cui va sempre crescendo la velocità; onde in pari tempo si scorra più spazio verso il fine, che verso il principio del moto.

**V. MOTO RITARDATO** è quello, in cui la velocità va sempre diminuendosi; onde in pari tempo si fa minor parte di spazio verso il fine del moto, di quello si facesse verso il principio.

**VI. POTENZA** si appella tutta quella forza assoluta, che indipendentemente da qualunque circostanza vantaggiosa, o svantaggiosa, risiede in ciò, che muove, o che resiste al moto per avere il suo effetto.

**VII. MOMENTO** chiamasi quella forza relativa,  
A che

che acquistasi da una potenza in ordine al muovere, o resistere al moto, secondo le varie circostanze, e disposizioni, colle quali viene applicata, e specialmente per cagione della minore, o maggiore velocità, con cui è in procinto a muoversi, in paragone del moto, che dee avere una potenza a se contraria.

VIII. DIREZIONE d'una potenza, o di un mobile, è quella linea retta, per cui questo è tirato da quella, o spinto a muoversi: che se il mobile, o la potenza descriverà qualche linea curva, allora la direzione si cangerà in qualunque punto, e farà sempre la tangente di quel punto della curva descritta. Imperocchè per la detta tangente scapperebbe il mobile, se non fosse da qualche forza trattenuto, ed obbligato a seguitare la medesima curva, come si vede in un sasso girato colla fionda, di cui, lasciando scorrere un capo, subito scorre il sasso per la tangente di quell' arco, che descriveva, come se fosse indirizzato per essa, sebbene poi il suo peso lo fa descrivere un'altra curva, come vedrassi a suo luogo.

IX. LA GRAVITA' è quella potenza, o forza assoluta, con cui i corpi terrestri son tirati, o spinti al basso verso il centro della terra.

X. CENTRO DEL MOTO è quel punto, d'intorno a cui si muove un corpo, o qualche strumento, ovvero l'aggregato di più corpi insieme connessi.

XI. CENTRO DI GRAVITA' in un corpo, o in più corpi insieme collegati si dice quel punto, d'intorno a cui si equilibrano tutte le parti in modo tale, che se quel punto solo fosse sostenuto, il tutto starebbe fermo, purchè altra spinta non si desse a veruna parte.

XII.

**XII. FORZA CENTRIFUGA** è quella, che respinge un mobile dal centro intorno a cui gira, come apparisce in un sasso girato colla fionda, da cui si tiene tesa essa fionda, ancora quando descrive l'arco superiore del cerchio, ed in conseguenza dove non opera la sua gravità, ma la sola forza, con cui tende ad allontanarsi dal centro del moto.

### SUPPOSIZIONI.

**I.** Che il centro di gravità d' uno, o di più corpi connessi, se non venga impedito, cerchi d' accostarsi quanto mai sia possibile al centro della terra.

**II.** Che i gravi posti in quiete da se non si muovono, quando il loro centro comune di gravità non possa discendere.

**III.** Che la velocità una volta impressa nel mobile, in esso rimanga intiera per fino a tanto, che da qualche azione contraria non si distrugga; onde ogni corpo dovrà perseverare nel suo stato di quiete, o di moto per la medesima direzione, e colla stessa velocità, con cui ha principiato a muoversi, se non in quanto da qualche altra forza venga obbligato a mutare stato, ed alterarlo in qualsivoglia maniera.

**IV.** Che una potenza applicandosi ad operare in qualunque punto della sua direzione, faccia il medesimo effetto, dimodochè con più lungo, o più breve filo tiri a se un corpo, e mantenga sempre la medesima direzione.

**V.** Che le direzioni, colle quali naturalmente discendono i corpi gravi, non molto fra di loro distanti, possano considerarsi come parallele, tra

loro sulla superficie della terra, senza verun sensibile errore nelle cose Fisiche, e Meccaniche; imperciocchè differiscono dall' esser esattamente parallele, solo per la quantità dell' angolo piccolissimo, che comprenderebbero esse direzioni prolungate fino al centro della terra, essendo il detto angolo a quattro retti, come la distanza delle suddette direzioni a tutto il contorno del globo terrestre, che però non è cosa sensibile.

### A S S I O M I.

I. La stessa potenza operando con maggior velocità ha maggior momento, e con minore velocità avrebbe momento minore, e con velocità eguale eserciterebbe egual momento.

II. Se colla stessa velocità si applica una maggior potenza avrà maggior momento, ed una potenza minore avrà minor momento, ed una egual potenza avrà momento eguale.

III. Colla stessa velocità movendosi un mobile, fa maggiore spazio in più lungo tempo, minore spazio in tempo più breve, eguale spazio in tempo eguale.

IV. Essendo spinto un mobile in due parti direttamente opposte da due momenti eguali, non cederà a veruno di essi, ma rimarrà del tutto immobile.

V. E viceversa se un corpo rimane immobile fra più potenze, che in diverse parti lo spingono, bisogna, che i momenti di esse potenze, secondo qualunque direzione opposta sieno eguali. altrimenti cederebbe il corpo al momento maggiore, lasciandosi colà trasportare, ove fosse spinto da esso.

CAP.

# CAPITOLO I.

5

## *Del Moto Equabile.*

### PROPOSIZIONE I.

*Se colla stessa velocità viene trascorso lo spazio S nel tempo T, e lo spazio L nel tempo H equabilmente, faranno detti spazj proporzionali a' tempi.*

Tav. I.  
Fig. 1.

**I**mperochè, siccome nel tempo  $T$ , si fa lo spazio  $S$ , così, stante la medesima velocità, si farebbe in altrettanto tempo, altrettanto spazio (per l'Ass. 3.) onde preso qualsivoglia multiplice del dato tempo, per esempio  $3T$ , si farebbe in esso uno spazio egualmente multiplice  $3S$ , e per la stessa ragione in qualsivoglia multiplice dell'altro tempo  $H$ , per esempio  $4H$ , si passerebbe uno spazio  $4L$  altrettanto multiplice dello spazio  $L$ , e perchè in vigore del medesimo Assioma 3. secondo che il tempo  $3T$  fosse maggiore, minore, o eguale al tempo  $4H$ , riuscirebbe altresì lo spazio  $3S$  rispettivamente maggiore, minore, o eguale allo spazio  $4L$ ; dunque i tempi  $T, H$  sono proporzionali agli spazj  $S, L$ , mentre si accordano gli egualmente moltiplici degli antecedenti, nell'esser maggiori, minori, o eguali, agli egualmente moltiplici de' conseguenti, secondo qualunque moltiplicazione, come richiede la definizione de' Proporzionali. Il che doveasi dimostrare.

### PROPOSIZIONE II.

*Se nello stesso tempo colla velocità  $V$  si farà da un mobile lo spazio  $S$ , e colla velocità  $C$  si scorresse*

Fig. 2.

A 3

lo

*lo spazio L, saranno detti spazj proporzionali alla velocità.*

**C**lò segue immediatamente dalla definizione seconda, senza che faccia uopo dimostrarla più particolarmente, oppure si può applicarvi la dimostrazione della precedente, con prendere i multipli delle velocità in vece de' multipli de' tempi, ed argumentando come sopra.

#### COROLLARIO.

Se gli spazj sono proporzionali alle velocità, faranno passati in tempi eguali, perchè se uno spazio si fosse scorso in tempo maggiore dell' altro, una parte del primo spazio sarebbe scorsa in tempo eguale a quello, di tutto lo spazio secondo, onde quella parte del primo, sarebbe a tutto il secondo, come le loro velocità, il che sarebbe contro l' Ipotesi, in cui si suppongono gli due spazj interi proporzionali ad esse velocità.

#### PROPOSIZIONE III.

*Fig 3. Se colla velocità V, nel tempo T, si faccia lo spazio S, e colla velocità C, nel tempo H, lo spazio L, saranno gli spazj S, L in ragione composta di quella delle velocità, e di quella de' tempi.*

**S**Uppongasi un terzo mobile, che nel tempo T, colla velocità C, faccia lo spazio D, faranno gli spazj S, D, come le velocità V, C, essendo fatti nello stesso tempo T, poscia lo spazio D, allo spazio L, farà come il tempo T, al tempo H, essendo fatti alla medesima velocità C; dunque la ragione di S ad

ad  $L$ , la quale si compone di quella di  $S$  a  $D$ , e di quella di  $D$  ad  $L$ , riuscirà composta dalla ragione delle velocità  $V, C$ , e de' tempi  $T, H$ . Il che &c.

## COROLLARI.

I. Se dalle linee esprimenti le velocità, ed i tempi, si faranno due rettangoli  $VT, CH$ , saranno questi come gli spazj  $S, L$ ; imperocchè tali rettangoli (Prop. 23. lib. 6. degli Elem.) hanno pure la ragione composta de' lati  $V, C$ , e degli altri  $T, H$ , che sono intorno i loro angoli eguali. Fig. 4.

II. Se sarà il tempo  $T$ , al tempo  $H$ , come reciprocamente la velocità  $C$  alla velocità  $V$ , gli spazj  $S, L$  saranno eguali, perchè ancora i rettangoli  $VT, CH$ , che d' intorno gli angoli eguali avrebbero i lati reciprochi, sarebbero eguali (Prop. 14. lib. 6. degli Elem.), e viceversa qualunque volta detti spazj  $S, L$  fossero eguali, sarebbero reciproche le velocità a i tempi, dovendo allora riuscire eguali i detti rettangoli, e però avere i lati reciprochi secondo la medesima Proposizione.

III. E' manifesto poi, che se gli spazj sono come le velocità, saranno fatti in tempo eguale, e se faranno come i tempi, saranno scorsi con eguale velocità, perchè i suddetti rettangoli  $VT, CH$ , se Fig. 5. sono in ragione di  $V$  a  $C$ , bisogna che abbiano eguali altezze  $T, H$ , oppure, se sono come  $T$  ad  $H$ , Fig. 6. bisogna che sianco eguali  $V, C$ .

IV. Similmente i tempi faranno in ragione composta degli spazj, e delle velocità reciprocamente prese. E le velocità avran ragione composta di quella degli spazj, e della reciproca de' tempi, imperciocchè, facendo ancora il rettangolo di quel-



le linee  $T$ , e  $C$ , che esprimono il tempo di un moto, e la velocità dell'altro, sarà  $TC$  ad  $HC$  in ragione de' tempi  $T$ ,  $H$ , ed è la ragione di  $TC$  ad  $HC$  composta di quella di  $TC$  ad  $TV$ , e di  $TV$  ad  $HC$ , delle quali la prima è reciproca delle velocità, essendo come  $C$  ad  $V$ , e la seconda è la medesima degli spazj; dunque i tempi  $T$ ,  $H$  sono in ragione composta degli spazj  $SL$ , e della reciproca delle velocità  $C$ , ed  $V$ . Similmente  $VT$  a  $CT$ , si compone dalle ragioni  $VT$  a  $CH$ , e  $CH$  a  $CT$ , delle quali la prima è quella degli spazj  $SL$ , e la seconda è reciproca de' tempi, cioè come  $H$  a  $T$ , e però la ragione de' tempi è composta di quella degli spazj, e della reciproca delle velocità, e quella delle velocità è composta di quella degli spazj, e della reciproca de' tempi.

## CAPITOLO II.

*De' Momenti.*

## PROPOSIZIONE IV.

Fig. 8. *Se una stessa potenza, ovvero potenze eguali, si applicano a muovere un corpo, o a resistere a qualche moto, colle velocità  $V$ ,  $C$ , i loro momenti  $M$ ,  $P$  saranno proporzionali alle dette velocità.*

**I**mperocchè, siccome una tal potenza, colla velocità  $V$  ha un tal momento  $M$ , così con un altro eguale grado di velocità avrebbe altrettanto momento (Als. 1.) di manierachè, moltiplicandosi quan-

quanto si voglia la sua velocità, e diventando per esempio  $3V$ , acquisterebbe detta potenza un momento  $3M$ , altrettanto moltiplice del primo, e similmente, se la stessa, ovvero un'altra potenza eguale; applicandosi colla velocità  $C$ , ha un certo momento  $P$ , moltiplicandosi la detta velocità, e diventando per esempio  $4C$ , si moltiplicherebbe altrettanto il suo momento, e diventerebbe  $4P$ ; secondo poi che fosse maggiore la velocità  $3V$  della velocità  $4C$ , farebbe ancora il momento  $3M$  maggiore di  $4P$  (per lo stesso Afs. 1.) e se la prima fosse minore, o eguale alla seconda, riuscirebbe pure il terzo minore, o eguale al quarto; dunque dalle quattro quantità  $V, C, M, P$ , accordandosi gli egualmente moltiplici della prima, e della terza in superare, eguagliare, o mancare dagli egualmente moltiplici della seconda, e della quarta, sarà  $V$  a  $C$ , come  $M$  a  $P$ . Il che &c.

## COROLLARI.

I. Quindi in una stadera, o vette, o altro strumento mobile d'intorno al centro  $B$ , se il peso  $K$  pendente dal punto  $C$  dovrà muoversi da una potenza motrice, applicatavi in varie distanze dal centro del moto, come in  $D$ , ovvero in  $E$ , tirando in ciascun punto colla medesima direzione perpendicolare, faranno i momenti della potenza proporzionali alle distanze  $DB, EB$ ; imperciocchè, alzandosi il peso  $K$  per l'arco  $CH$ , la potenza motrice posta in  $D$  si muoverà per l'arco  $DG$ , e posta in  $E$ , si moverebbe nello stesso tempo per l'arco  $EF$ : sicchè gli spazj fatti nel medesimo tempo, essendo come le velocità (Prop. 2.), sarà la velocità

tà della potenza posta in  $D$ , alla velocità della medesima posta in  $E$ , come l'arco  $DG$ , all'arco  $EF$ , i quali essendo simili, comechè opposti allo stesso angolo centrale  $B$ , sono come i loro raggi, cioè come le distanze dal centro del moto  $DB$ ,  $EB$ , dunque le velocità, e però i momenti della stessa potenza, sono proporzionali alle distanze dal centro del moto.

II. Quindi si ha la ragione, perchè riesca più facile aprire una porta, o l'imposta d'una finestra, o l'coperchio d'una cassa, applicando la mano nel luogo più lontano dagli arpioni, o cardini, sopra de' quali deve rivolgersi, che applicandola più vicino; siccome ancora, perchè gli strumenti di manico più lungo, più comodamente si adopriano, e perchè gli alberi più alti siano più agevolmente fradicati dal vento, che i più bassi in parità di circostanze, e così di mille altri effetti discorrendo, de' quali l'unica universal cagione sì è, perchè cresce il momento della potenza, quando si applica in maggior distanza dal centro del moto, avendo ivi maggior velocità.

### PROPOSIZIONE V.

Fig. 11. *Se due potenze disuguali  $A$ ,  $B$  si applicano con simili direzione a muovere un corpo, o a resistere al moto con una stessa velocità, i loro momenti  $M$ ,  $P$ , saranno proporzionali alle potenze.*

**I**mperochè se la potenza  $A$  con tale velocità ha il momento  $M$ , aggiuntavi un'altra eguale potenza ad operare colla stessa velocità, si accrescerebbe altrettanta quantità di momento (per l' $A$ (s. 2.))

l' Ass. 2. ), sicchè una tripla potenza, avrebbe triplo momento, ed una quadrupla lo avrebbe quadruplo &c. Presa dunque qualunque moltiplice della prima potenza, per esempio  $3A$ , li corrisponderebbe un momento egualmente moltiplice  $3M$ , e preso il quadruplo della seconda potenza, cioè  $4B$ , avrebbe questa un momento  $4P$ , ed essendo  $3A$  maggiore, minore, o eguale a  $4B$ , sarebbe altresì  $3M$  maggiore, minore, o eguale a  $4P$ , dunque sia  $A$  a  $B$ , come  $M$  a  $P$ . Il che &c.

## COROLLARIO.

Quindi nella stessa distanza dal centro del moto, dove qualunque potenza applicata, descrivendo lo stesso arco, averebbe la medesima velocità, saranno sempre i momenti proporzionali alle potenze applicate, purchè si muovano colla stessa direzione.

## PROPOSIZIONE VI

*I momenti  $M, P$  di due potenze  $A, B$ , operanti colla velocità  $V, C$ , sono in ragione composta di quella delle medesime potenze, e di quella delle velocità.* Fig. 12.

Suppongasì, che la Potenza  $A$ , operasse coll' altra velocità  $C$ , ed avesse un momento  $D$ , sarà  $M$  a  $D$ , come la velocità  $V$ , alla velocità  $C$ , ( per la Prop. 4. ) ed il momento  $D$ , all' altro momento  $P$ , sarà come  $A$  a  $B$  ( per la Prop. 5. ) dunque il momento  $M$  al momento  $P$ , avendo ragione composta di  $M$  a  $D$ , e di  $D$  a  $P$ , sarà in ragione composta di quella della velocità, e di quella delle potenze. Il che &c.

## COROLLARI.

I. Dunque i momenti de' pesi, o delle potenze applicate a qualsivoglia macchina, come vette, stadera, ruota &c. mobile d' intorno a qualche centro, sono in ragione composta di quella de' i detti pesi, o potenze, e di quella delle loro distanze dal centro del moto, le quali sono come le velocità per le cose dette di sopra.

Fig. 13. II. Se dalle linee  $A, B$  proporzionali alle potenze, e dall'altre  $V, C$  proporzionali alle velocità, si faranno i rettangoli  $AV, BC$ , saranno i momenti come tali rettangoli, avendo ancor questi la ragione composta de' lati ( per la Prop. 23. lib. 6. degli Elem. )

## PROPOSIZIONE VII.

Fig. 13. *Quando stia la potenza  $A$ , colla potenza  $B$ , come reciprocamente la velocità  $C$  della seconda, alla velocità  $V$  della prima, i loro momenti saranno eguali, e qualunque volta due momenti si trovano eguali, bisogna, che le potenze siano reciproche alle velocità loro.*

**P**Oichè i momenti, essendo come i rettangoli fatti da ciascuna potenza colla sua velocità, cioè come  $AV$  a  $BC$  ( per il Coroll. 2. Prop. preced. ) e quando  $A$  sta a  $B$  reciprocamente come  $C$  a  $V$ , risultando detti rettangoli eguali ( Prop. 14. lib. 6. degli Elem. ) dunque i momenti, che loro corrispondono sono eguali, e quando sono altresì i momenti eguali, dovendo esser eguali i detti rettangoli, conviene che i lati loro siano reciprocamen-  
te

te proporzionali, e però dovrà essere la potenza  $A$  alla  $B$ , come la velocità  $C$  di questa, alla velocità  $V$  di quella. Il che &c.

## COROLLARI.

I. Sarà dunque equilibrio tra due potenze contrapposte, ed applicate a muovere una macchina mobile intorno a qualche centro, qualunque volta le potenze sieno reciprocamente proporzionali alle distanze loro dal centro del moto, perchè, essendo dette distanze come le velocità, ne risulteranno dall'una, e dall'altra banda eguali momenti, e la macchina rimarrà immobile fra gli sforzi contrarj di tali potenze (per l'Afs. 4.) e qualunque volta la macchina resta immobile, conviene, che le opposte potenze applicatevi sieno reciproche alle distanze dal centro del moto, dovendo avere momenti eguali (per l'Afs. 5.)

II. Ma se la ragione della prima potenza  $A$  alla seconda  $B$ , fosse maggiore di quella della velocità  $C$  alla  $V$ , ovvero se la velocità  $V$  alla  $C$  avesse maggior ragione, che non ha la potenza  $B$  alla  $A$ , sarebbe allora maggiore il momento di  $A$ , che il momento di  $B$ , perchè il rettangolo  $AV$ , sarebbe maggiore di  $BC$ , avendo un lato maggiore di quello che bisognerebbe per eguagliare l'altro rettangolo, cioè più lungo di quello che ricercerebbe la proporzione reciproca di essi lati; onde allora la potenza  $A$  dovrà prevalere alla  $B$ , e lo stesso dicasi delle distanze dal centro del moto, che sono come le velocità; onde quando si fa l'equilibrio tra due potenze a cui sono reciprocamente proporzionali le distanze dal centro del moto,

to, se si accrescerà da una parte o la distanza, o la potenza, questa avrà maggior momento dell'altra, e dovrà prevalerli movendola.

## CAPITOLO III.

### *Del Centro di Gravità.*

#### PROPOSIZIONE VIII.

*Un corpo FG comunque attaccato, o appoggiato ad un sostegno A, d'insorno a cui possa liberamente muoversi, allora solamente starà fermo, quando la retta, che connette il centro della terra C, col centro di gravità B, di esso corpo, passa per lo punto dell'attaccamento, e dell'appoggio A, sicchè i tre punti A, B, C, sieno in una medesima linea perpendicolare all'Orizzonte.*

Tav. II.  
Fig. 14.

**I**mperciocchè per la prima supposizione il centro di gravità di qualunque corpo, cerca di accostarsi quanto mai può al centro della terra: ma quando la retta  $CB$ , non passa per l'attacco, o per l'appoggio  $A$ , tirata la retta  $AC$ , e dal punto  $B$ , l'orizzontale  $BH$ , essendo l'angolo  $AHB$  retto, congiunta la  $AB$ , farà l'angolo  $ABH$  acuto, onde descritto col raggio  $AB$ , l'arco circolare  $BD$ , verrà l'arco  $BD$  sotto l'orizzontale  $BH$ , da cui esso cerchio è legato, e però il centro  $B$ , potrà discendere per detto arco  $BD$ , sotto la detta orizzontale, accostandosi così al centro della terra; dunque non starà mai fermo, se non quando gli  
tre

tre punti  $A, B, C$ , faranno nella medesima retta linea perpendicolare all'orizzonte. Il che &c.

## COROLLARI.

I. Dunque se si sospenderà col filo  $AD$ , il corpo  $DGEF$ , e con esso un filo, da cui penda il piombo  $C$ , quando il tutto starà fermo, segnando in detto corpo la retta  $DE$  coperta da esso filo, faremo sicuri, che in essa linea  $DE$ , ritrovasi il centro di gravità di quel corpo, e di nuovo sospendendo il medesimo corpo per un altro punto  $F$ , dal medesimo sostegno  $A$ , e similmente segnando in esso la retta  $FG$ , coperta dal filo del piombo  $C$ , nell'intersezione di ambe queste linee, corrisponderà il centro di gravità  $B$  di un tal corpo, dovendo essere in ciascuna di dette linee mostrate dalla direzione  $AC$ , che va dal sostegno  $A$ , verso il centro della terra.

Fig. 15.

II. Se nel corpo  $FADEG$  appoggiato sopra un piano stabile, ed orizzontale nella base  $FG$ , la retta  $BH$ , condotta dal suo centro di gravità  $B$ , perpendicolare all'orizzonte, uscirà fuori della base, il corpo caderà, ma se batterà dentro essa base, rimarrà il corpo eretto: perchè nel primo caso la retta, che dal centro di gravità al centro della terra, non passa per verun punto d'appoggio, o di sostegno, ma bensì nel secondo caso.

Fig. 16.

III. E così la Torre  $FAEG$  se sarà talmente inclinata, che la retta  $BH$ , la quale dal suo centro di gravità viene perpendicolare all'orizzonte, non cada fuori del contorno della sua base, potrà stare in piedi, ancorchè fosse da' fondamenti suoi separata, e posata semplicemente sul suolo, purchè al-



altronde sieno ben collegate, e connesse le parti sue componenti, sicchè faccia un solo corpo, ma se la detta perpendicolare cascherà fuori dell'orlo della sua base, non potrà sostenersi, se non per forza del concatenamento, che potrà avere col suolo per mezzo de' fondamenti sopra de' quali si regge.

Fig. 17. IV. Se un corpo  $ADF$  è posto talmente sopra un piano inclinato  $EG$ , che la retta  $BI$ , perpendicolare all'orizzonte, tirata dal suo centro di gravità  $B$ , passerà per qualche punto della sua base  $EF$ , verrà giù strisciando per detto piano, ma

Fig. 18. se cascherà fuori di essa base, si rivolterà il corpo per detto piano, perchè il centro di gravità potrà maggiormente discendere rivoltandosi il corpo mobile, e quindi è, che una sfera sempre discen-

Fig. 19. derà per un piano avvolgendosi in se medesima, e non placidamente strisciando, perchè la retta  $BH$ , che va perpendicolare all'orizzonte tirata dal suo centro, fa sempre angolo acuto col piano inclinato  $GF$ ; onde non può passare per lo contatto  $F$  della palla col piano, nè convenire colla retta  $BF$ , che connette il centro di gravità di essa palla col suo appoggio  $F$ , e sempre è perpendicolare al detto piano inclinato, e non all'orizzonte, e però non passa pel centro della terra.

### PROPOSIZIONE IX.

*Proposti due corpi A, B, trovare il loro centro di gravità.*

Fig. 20. SI connetta il centro particolare di gravità di ciascuno colla retta  $AB$ , e questa dividasi in  $C$ , la ragione reciproca a' medesimi corpi; cioè a' lo-

rq

re pezzi, onde stia  $A$  a  $B$ , come  $BC$  a  $CA$ : dico, che  $C$  è il centro comune di gravità d' ambedue i corpi proposti.

Perchè intesa la retta  $AB$ , come un filo rigido, che gli connetta, e sostenendosi il punto  $C$ , avranno i corpi  $A$ , e  $B$  egual momento, d' intorno al centro  $C$  ( per il Coroll. primo della Prop. 7 ) dunque ( per la Defin. 11. ) sarà  $C$  il centro di gravità d' ambidue.

## COROLLARI.

I. Quindi è chiaro, che il centro di gravità di due corpi è nella retta, che congiunge i loro centri particolari, e che se una retta condotta per lo centro comune di due corpi passa per lo centro particolare di uno di essi, doverà ancora passare per lo centro dell' altro.

II. Volendo trovare il centro di gravità di tre corpi, o di più ancora, trovato il centro  $C$ , di due  $A, B$ , si connetta col centro del terzo corpo  $D$ , e divisa la retta  $CD$  in  $E$ , di maniera che sia  $DE$ , ad  $EC$ , come l' aggregato de' corpi  $A, B$ , al corpo  $D$ , sarà  $E$  il centro di questi tre corpi; imperocchè, sospendendosi dal punto  $E$  un filo rigido  $DC$ , faranno in equilibrio i due corpi  $AB$  col terzo  $D$ , essendo quegli a questo, come reciprocamente la distanza  $DE$  alla  $CE$ .

III. Se si attribuisce la gravità ancora alle linee, ed alle superficie, è manifesto, che il centro di gravità d' una linea retta, è nel mezzo di essa, e che di una circonferenza di circolo, ed ancora del piano di esso, il centro di gravità è il medesimo, che il centro di tal grandezza; e lo stesso può dirsi

B

di

di qualunque superficie sferica, siccome delle sfere medesime, essendo d'intorno al detto punto per ogni verso parti eguali, dotate di eguale gravità, ed in distanza eguale dal centro, avendo eguale momento. Anzi in qualunque figura piana, o solida, avendo un diametro, che tagli per mezzo tutte le sue ordinate, o che passi per lo centro di tutte le sue sezioni parallele, il centro di tale figura sarà in esso diametro, e però quando vi siano due diametri diversi concorrenti in un punto, il centro di gravità di tal figura, sarà in detto concorso, dovendo essere in ciascheduno di essi diametri, sopra i quali reggendosi, tutte le ordinate fanno equilibrio, essendo divise per mezzo, oppure avendo il loro centro in detti diametri.

IV. Specialmente in ogni triangolo  $ABC$ , diviso per mezzo un lato  $AB$ , in  $E$ , se si congiunge coll'angolo opposto la  $CE$ , e diviso un'altro lato  $AC$  per mezzo in  $D$ , congiungendo all'angolo opposto la  $BD$ , il concorso di questa coll'altra  $CE$ , cioè il punto  $F$ , sarà il centro di gravità di esso triangolo, e sarà sempre la parte del diametro  $FD$ , verso la base  $AC$ , un terzo di tutta la  $DB$ , e così  $FE$  un terzo di tutta la  $EC$ . Imperocchè congiunta la  $DE$ , sarà parallela a  $CB$ , facendo per mezzo amendue gli altri lati, e sarà  $CB$  doppia di  $DE$ , siccome  $CA$  è dupla di  $AD$ ; ma per la similitudine de' triangoli  $CFB$ ,  $DFE$ , sarà  $BF$ , ad  $FD$ , come  $CB$  a  $DE$ ; dunque  $BF$  è dupla di  $FD$ ; onde questa sarà un terzo di tutta la  $DB$ .

V. Nello stesso modo si potrà ritrovare il centro di qualunque figura rettilinea, risolvendola in triangoli, e congiungendo i loro centri di gravità, poi

poi dividendo la linea, che gli connette in ragione reciproca di essi triangoli.

VI. Per trovare il centro di gravità di una Piramide triangolare  $ABCD$ , si tirino gli diametri  $CE$ ,  $AE$  de' due triangoli  $BCD$ ,  $ABD$ , e tagliate le parti  $EH$ ,  $EF$  di detti diametri, che sieno un terzo di essi, congiunte  $CF$ ,  $AH$ , le quali si segheranno in  $I$ , sarà questo  $I$  centro di gravità di essa Piramide; imperocchè passando  $AH$  per lo centro di gravità delle base  $BDC$ , passerà per gli centri di gravità di tutte le sezioni triangolari parallele a detta base, onde il centro della Piramide dovrà essere in essa  $AH$ , ma deve essere ancora nell'altra  $CF$ , la quale passando per lo centro di gravità del triangolo  $ABD$ , passa ancora per tutti gli centri delle sezioni parallele ad esso  $ABD$ , dunque nel concorso  $I$  delle rette  $AH$ ,  $CF$ , si troverà il centro di essa Piramide, ed è lontano dalla base per la parte  $IH$ , che è un quarto di tutta la  $AH$ ; imperocchè congiunta  $HF$ , essendo simili i triangoli  $FIH$ ,  $AIC$ , sarà  $AI$  ad  $IH$ , come  $AC$  ad  $FH$ , o come  $AE$  ad  $EF$ , e però  $AI$  è tripla di  $IH$ , onde  $AH$  sarà quadrupla di essa  $IH$ .

VII. Anche in un cono il centro di gravità sarà nella quarta parte dell'asse verso la base, potendo il cono risolversi in una Piramide di base Poligona d'innnumerabili lati, e qualunque Piramide, che abbia per base un Poligono averà il centro distante dalla sua base per un quarto dell'altezza del proprio asse, potendo risolversi in molte Piramidi triangolari, il cui centro è sempre lontano dalla base un quarto del suo asse, e però è in un piano parallelo alla medesima base, condotto per la quarta parte dell'asse di mezzo.

## PROPOSIZIONE X.

**Fig. 24.** *Se in due libre eguali AB, FH si dispongono alcuni pesi omogenei nell' una, ed altri tra di loro omogenei nell' altra, in maniera che, essendo attaccati in distanze eguali, sieno proporzionali, ovvero, se le libre AB, FH fossero disuguali, ed i pesi nell' una, proporzionali a' pesi nell' altra, fossero disposti in distanze proporzionali alle medesime libre, il centro di gravità della prima, dividerà nella stessa ragione la lunghezza di essa libra, come il centro di tutti i pesi della seconda, dividerà la lunghezza di essa.*

**I**mperochè essendo  $A$  a  $C$ , come  $F$  ad  $E$ , se delle due prime il centro di gravità è  $S$ , e delle due seconde il centro sia  $R$ , farà  $SC$  ad  $SA$ , come  $A$  a  $C$ , cioè come  $F$  ad  $E$ , e però come  $RE$  ad  $RF$ ; onde componendo  $CA$  ad  $AS$ , farà come  $EF$  ad  $FR$ , onde nelle libre eguali essendo  $AC$ , eguale ad  $FE$ , farà ancora  $AS$  eguale ad  $RF$ , e nelle libre disuguali essendo  $AC$  ad  $FE$ , come tutta la  $AB$  a tutta la  $FH$ , ancora  $AS$  ad  $FR$ , farà nella medesima proporzione. In oltre se  $M$ , ed  $N$  sono i centri delle tre grandezze  $A, C, D$ , e delle tre altre  $F, E, G$ , farà  $MS$  ad  $MD$ , come la grandezza  $D$  alle due  $A, C$ , cioè come la grandezza  $G$ , alle due  $E, F$ , che si suppongono proporzionali alle altre, e però ancora come  $RN$  ad  $NG$ , così farà  $SM$  ad  $MD$ , ed invertendo, e componendo  $DS$  ad  $SM$ , farà come  $GR$  ad  $RN$ , onde essendo la prima alla terza eguale, o proporzionale, come  $AB$  ad  $FH$ , ancora la seconda farà eguale, o proporzionale alla quarta, e però aggiunte  $AS, FR$ , che  
so-

sono pure eguali, o proporzionali, farà altresì  $MA$  eguale, o proporzionale ad  $NF$ : con simil progresso si proverà parimente, che il centro comune di più grandezze disposte nella prima libra, ed il centro comune dell' altre proporzionali nella seconda libra, dividono esse libbre egualmente, se sono eguali, o in parti proporzionali ad esse, se sono disuguali, che però, essendo  $P$  il centro di tutte quattro le grandezze  $A, C, D, B$ , ed essendo  $Q$  il centro delle altre quattro  $F, E, G, H$ , proporzionali alle prime, farà  $AB$  ad  $FH$ , come  $AP$  ad  $FQ$ . Il che &c.

## COROLLARI.

I. Quindi nelle figure egualmente alte, le cui sezioni parallele alla base siano proporzionali (le quali si chiamano da' Geometri figure *Analoghe*) i loro centri di gravità saranno nel loro diametro, egualmente distanti dalle basi, essendo detti diametri come libbre, cariche della gravità di dette sezioni parallele per lo centro di cui passano, ed è il medesimo il centro di gravità di esse figure, che il centro di gravità di tutte quante quelle sezioni. Onde quindi apparisce, che il centro di gravità del cono, egualmente è distante dalla base per un quarto del suo Asse, come il centro di gravità di qualsivoglia Piramide, perchè le sezioni delle Piramidi parallele alla base, sono proporzionali a' cerchi, che segano il cono in eguale distanza, e così ancora un Conoide Parabolico  $EDCBA$  ha il centro di gravità distante dalla base per l'intervallo  $IN$ , che è un terzo dell' Asse  $CI$ , uguale alla distanza del centro di gravità del triangolo  $ECA$ , egualmen-

Fig. 25

te alto, perocchè nel triangolo sta  $EA$  ad  $EG$ , come  $IC$  a  $CH$ , o come il quadrato  $IE$ , al quadrato dell'ordinata  $DH$  nella parabola, e però sta come il cerchio  $EA$  al cerchio  $BD$  del Conoide.

Fig. 26. II. Similmente, quando le figure hanno le loro sezioni proporzionali, le quali dividono proporzionalmente i loro diametri disuguali, i loro centri di gravità saranno distanti dalle loro basi proporzionalmente alle loro altezze, come per esempio, essendo due Parabole  $BAH$ ,  $CAD$ , i loro centri di gravità saranno lontani dalle basi in certe distanze proporzionali alle altezze  $AB$ ,  $AC$ , perchè congiunta la retta  $BC$ , e tiratala una parallela  $GE$ , e condotte l'ordinate  $GI$ ,  $EF$ , essendo  $CA$  ad  $AE$ , come  $BA$  ad  $AG$ , e nella prima ragione essendo il quadrato  $CD$ , al quadrato  $EF$ , e nella seconda il quadrato  $BH$  al quadrato  $GI$ , sono adunque proporzionali l'ordinate  $CD$ ,  $EF$  alle ordinate  $BH$ ,  $GI$ , le quali segano proporzionalmente l'altezze  $CA$ ,  $AB$ , onde siccome nella Parabola  $CAD$  il suo centro di gravità sarà distante dalla base per due quinti dell'altezza  $AC$ , così il centro di gravità dell'altra  $BAH$ , sarà distante dalla base per due quinti dell'altezza  $AB$ .

### PROPOSIZIONE XI.

Fig. 27. Essendo più grandezze  $A$ ,  $B$ ,  $D$  sopra la retta  $HL$ , sopra cui si conducono da i loro centri particolari, e dal comune  $K$  le rette  $AH$ ,  $BM$ ,  $DL$ ,  $KI$  tra di loro parallele, o perpendicolari ad essa  $HL$ , saranno i prodotti di ciascheduna nella sua distanza, cioè  $A$  in  $AH$ ,  $B$  in  $BM$ , e  $D$  in  $DL$ , eguali al prodotto-

*dotto di tutte insieme le grandezze A, B, D nella distanza KI del loro centro comune.*

**S**ia delle due  $A, B$  il centro  $C$ , e conducafì  $ECF$  parallela ad  $HL$ , segante le rette  $AH, BM$ , ne punti  $E, F$ , farà per la similitudine de' triangoli  $AE$  a  $BF$ , come  $AC$  a  $CB$ , cioè come  $B$  ad  $A$ , dunque il prodotto dell'estreme  $A$  in  $AE$  eguaglia il prodotto delle medie  $B$  in  $BF$ , ed è quello l'eccesso di  $A$  in  $AH$  sopra il prodotto di  $A$  in  $CG$ , che eguaglia la  $EH$ , ed il secondo l'eccesso di  $B$  in  $CG$ , che eguaglia la  $FM$  sopra il prodotto di  $B$  in  $BM$ ; dunque sono Aritmeticamente proporzionali  $A$  in  $AH$ ,  $A$  in  $CG$ ,  $B$  in  $CG$ ,  $B$  in  $BM$ , e però la somma delle estreme  $A$  in  $AH$ ,  $B$  in  $BM$  eguaglia la somma delle medie  $A$ , e  $B$  in  $CG$ . Nella stessa maniera si proverà, che poste  $A$  e  $B$  insieme nel suo centro  $C$ , il prodotto di  $A$ , e  $B$  in  $CG$ , col prodotto della grandezza  $D$  in  $DL$ , eguaglieranno il prodotto di  $A, B$ , e  $D$  nella  $KI$ ; dunque i prodotti di  $A$  in  $AH$ , di  $B$  in  $BM$ , e della  $D$  in  $DL$ , eguagliano il prodotto di  $A, B, D$ , in  $KI$ , e così sempre quando vi fossero più grandezze. Il che &c.

I. Se la retta  $HL$  passasse per lo centro  $K$  di più grandezze  $A, B, R, D$ , i prodotti di  $A$  in  $AH$ , e di  $B$  in  $BM$ , che sono da una parte, eguaglieranno i prodotti di  $R$  in  $RP$ , e della  $D$  in  $DL$ , che sono dalla parte opposta; imperocchè dal centro  $C$  delle due  $A, B$ , e dal centro  $P$  delle altre  $R, D$  condotte parallele  $CG, PV$  faranno i prodotti di  $A$  in  $AH$ , e di  $B$  in  $BM$ , eguali al prodotto di  $A$ , e di  $B$  nella  $CG$ , il quale prodotto eguaglierebbe quello di  $R$ , e di  $D$  in  $PV$ , e questo sarebbe eguale ad  $R$

Fig. 28.



in  $RT$ , e a  $D$  in  $DL$ ; dunque i prodotti  $A$  in  $AH$ , e  $B$  in  $BM$  eguagliano gl' altri  $R$  in  $RT$ , e  $D$  in  $DL$ .

Tav. III.

Fig. 29. II. Se poi la retta  $HL$ , avesse da una parte alcune grandezze  $R, D$ , e dall' altra le grandezze  $A, B$  col centro  $K$  comune a tutte, sarà l' eccello de' prodotti  $A$  in  $AH$ , e  $B$  in  $BM$ , sopra agli opposti prodotti  $R$  in  $RT$ , e  $D$  in  $DL$ , eguale al prodotto di tutte le grandezze  $A, B, D, R$ , nella distanza  $KI$  del centro loro comune: perchè condotta per  $K$  la  $EF$ , parallela ad  $HL$ , segante esse rette in  $E, G, V, F$ , faranno in  $A$  in  $AE$ , con  $B$  in  $BF$ , cioè  $A$  in  $AH$ , e  $B$  in  $BM$ , meno  $A$ , e  $B$  in  $KI$ , eguali a' prodotti di  $R$  in  $RG$ , e della  $D$  in  $DV$ , gli quali sono i medesimi, che  $R$  in  $RT$ , e  $D$  in  $DL$ , con  $R$  e  $D$  in  $KI$ ; dunque  $A$  in  $AH$  con  $B$  in  $BM$  meno  $R$  in  $RT$ , e  $D$  in  $DL$ , eguaglia il prodotto di  $A, B, R, D$  in  $KI$ .

Fig. 30.

III. Se le grandezze  $A, B, D, R$  col loro centro comune  $C$ , faranno in una stessa linea retta, in cui si pigli un punto  $E$ , oltre tutte le grandezze, la somma de' prodotti  $A$  in  $AE$ ,  $B$  in  $BE$ ,  $R$  in  $RE$ , e  $D$  in  $DE$ , divisa per l' aggregato di esse grandezze  $A, B, R, D$ , ci darà per quoziente la distanza  $CE$  del loro centro comune da esso punto  $E$ ; ma se questo punto  $E$ , sarà tramezzo alle dette grandezze, la differenza de' prodotti  $A$  in  $AE$ , e  $B$  in  $BE$ , da' prodotti  $R$  in  $RE$ , e  $D$  in  $DE$ , divisa parimente per l' aggregato di tutte le grandezze  $A, B, R, D$  ci darà la  $CE$ ; imperocchè questa moltiplicata in tutte le dette grandezze, eguaglia la somma nel primo caso, e la differenza nel secondo de' suddetti prodotti per gli antecedenti Corollarj.

Fig. 31.

IV. Se tutte le grandezze fossero eguali, il prodotto di tutte nella distanza del loro centro comune-

mune, eguaglierebbe il prodotto di una di loro, in una retta moltiplice di detta distanza, secondo il numero di esse grandezze, ed ancora gli prodotti di ciascheduna di esse, nelle loro distanze, sarebbe eguale al prodotto di una nell' aggregato di tali distanze. Bisogna dunque, che la somma di tutte queste distanze, ovvero la loro differenza, eguagli il moltiplice della distanza del centro, secondo il numero di esse.

V. Onde essendo dette grandezze eguali, tirata Fig. 32. per lo centro comune  $K$  la retta  $HF$ , sopra cui si conducano le perpendicolari da esse grandezze, faranno quelle di sopra  $AE, BF$ , eguali a quelle di sotto  $GC, DH$ , e tirando per esso punto  $K$ , qualsivoglia altra linea  $KL$ , sopra di cui si tirino altre perpendicolari, o parallele, quelle che sono alla destra  $AI, DO$  eguaglieranno quelle, che sono alla sinistra  $GL, BM$ .

VI. Ed essendo le Periferie circolari, proporzionali a' loro raggi, girando le grandezze  $A, B, D, C$  intorno la medesima retta  $HF$ , i prodotti delle grandezze poste da una parte nelle loro circonferenze, eguaglieranno i prodotti delle altre nelle Periferie da loro descritte, e la somma de' prodotti di quelle, che sono da una parte nelle loro Periferie, eguaglierà il prodotto di tutte esse grandezze, nella Periferia descritta dal comune loro centro di gravità, onde si cava, che una superficie rotonda nata dal giro di qualche curva, farà eguale al prodotto di essa curva nella Periferia del centro di gravità di essa, descritta in quel moto rotondo; ed un solido rotondo descritto da una superficie  $DGAH$ , girata intorno l'asse  $DH$ , egua- Fig. 33.  
glia

glia il prodotto di essa figurà nella Periferia  $IP$ , dal suo centro di gravità  $I$  descritta, eguagliando questa tutti i prodotti di qualunque parte  $K, L$  nelle loro Periferie  $KQ, LN$ , e però la ragione di più superficie, e di più solidi rotondi, che nascono dal girare diverse linee, o diverse superficie, sono sempre in ragione composta di quella di esse linee genitrici, o delle superficie girate, e di quella delle distanze de' loro centri di gravità dell' asse del moto,

## CAPITOLO IV.

*Del Moto Composto di più Moti Equabili.*

### PROPOSIZIONE XII.

Fig. 34. *Se un mobile A, sarà spinto nello stesso tempo da una forza per la direzione AD, e da un'altra per la direzione AG inclinata a qualche angolo colla prima, tagliando in esse le parti AD, AG proporzionali alle velocità impresse nel mobile, secondo le dette direzioni, ovvero proporzionali alle forze stesse, supposto, che imprimasi da ogn'una tutta quella velocità, che nello stesso tempo può dare, e però proporzionali alle dette velocità, si compisca il parallelogrammo DAGB, e si tiri il Diametro AB: dico, che il mobile anderà per la direzione AB con tale velocità, che starà a ciascheduna altra impressa da dette forze, come il medesimo Diametro AB a des-*

*e detti lati corrispondenti all' altre velocità impressi.*

**P**ER maggior chiarezza si distinguano i soggetti di questi due moti componenti, attribuendo il moto per la direzione  $AD$  ad una riga, che per essa  $AD$  si muova parallela a se stessa, promovendosi successivamente dal sito  $AG$  nel sito  $EH$ , e quindi passando in  $BD$  colla velocità  $AD$ . Il moto poi per  $AG$  si rifonda in una mosca, o formica, o altro mobile, che intanto scorra per essa riga colla velocità  $AG$ . E' manifesto, che in vigore di questi due moti nello stesso tempo, in cui la riga averà scorso lo spazio  $AE$ , passando da  $AG$  in  $EH$ , la formica nella riga mobile averà passato lo spazio  $EC$ , il quale starà allo spazio  $AE$ , come la velocità  $AG$ , alla velocità  $AD$ , ( per la Prop. 2. ); onde compiendo il parallelogrammo  $AECF$ , sarà questo simile all' altro  $ABDG$ , onde ( per la 26. del lib. 6. degli Elem. ) l' angolo  $C$ , in cui si troverà la formica trasportata da questi due moti, sarà sempre nello stesso diametro  $AB$ ; dunque il moto composto d' ambidue riesce per la direzione  $AB$ , e perchè nello stesso tempo si compirà il moto  $AB$ , ed il moto particolare della riga per  $AD$ , e della formica per  $AG$ , sarà dunque la velocità di tal moto composto  $AB$ , alle velocità impressi per i lati  $AD$ ,  $AG$ , come il diametro  $AB$  ad essi lati. Il che &c.

#### COROLLARI.

I. Viceversa, qualunque semplice moto per  $AB$  potrà sempre risolversi in due altri  $AD$ ,  $AG$ , se-  
con-

condo le direzioni de' lati d'un parallelogrammo descritto intorno il diametro  $AB$ , supponendo, che per le dette direzioni fosse spinto il mobile con velocità proporzionali a detti lati, in relazione di quella, che è per la  $AB$ ; imperocchè nel medesimo tempo si farà dal mobile il detto viaggio, essendo semplicemente spinto per  $AB$ , come se fosse spinto per le due altre direzioni de' lati con velocità ad essi proporzionali.

Fig. 35.

II. Anzi lo stesso moto per  $AB$  può intendersi composto in infinite maniere, potendosi concepire sopra la base  $AB$  qualunque triangolo  $ADB$ , ovvero  $AHB$ , e compiendo i parallelogrammi  $ADBG$ ,  $AHBC$ , tanto potrà dirsi il moto per  $AB$  composto da' moti collaterali  $AD$ ,  $AG$ , quanto dagli altri due  $AH$ ,  $AC$ , secondo le velocità espresse da' medesimi lati, in relazione a quella del moto per  $AB$ .

III. Onde è chiaro, che il moto composto  $AB$  talora può esser maggiore di ciascheduno de' suoi componenti, e talora minore di ciascheduno di essi, ma non mai eguale, o maggiore d'ambidue presi insieme, essendo sempre due lati d'un triangolo,  $AD$ ,  $BD$ , maggiori del terzo  $AB$ , e però ancora  $AD$  con  $AG$  (il quale eguaglia  $DB$ ) devono esser maggiori del composto moto  $AB$ .

## S C O L L I O .

Si avverta però, che se i moti componenti  $AD$ ,  $AG$  sono ad angoli retti, farà l'uno indifferente all'altro, senza che l'uno tolga, o aggiunga all'altro veruna parte di moto per la sua direzione, ma quando sono ad angoli obliqui, come  $AD$ ,  $AI$ ,  
ad

ad angolo ottuso, ovvero  $AH, AC$  ad angolo acuto, l'uno de' moti porta qualche alterazione all' altro, essendo nel primo caso in qualche maniera opposti, cioè diretti alle parti  $AI$  contrarie in riguardo al punto  $A$  d'onde si parte il mobile, ma nel secondo caso in qualche modo cospirano verso i termini  $A$ , e  $B$  posti dalle medesime parti del punto  $A$ , d'onde si suppone partire il mobile; e però è meglio risolvere il moto  $AB$  ne' moti  $AD, AG$  posti ad angoli retti, che in qualunque altra delle infinite maniere di moti obliqui, essendo la prima composizione più naturale della seconda.

## PROPOSIZIONE XIII.

*Se un mobile è spinto da quante si vogliano forze, Fig. 36. per altrettante direzioni: trovare la direzione, e la velocità del moto composto, che ne deve risultare.*

**S**Iano le direzioni  $BA, CA, DA$  tagliate nella stessa proporzione delle velocità impresse al mobile  $A$ , se queste sono sopra una medesima linea retta, e dirette alla medesima parte, si prenda  $AG$  eguale alla somma di tutte l'altre  $BA, CA, DA$ , farà questa  $AG$  la direzione, e velocità di tutte le forze proposte, che cospirano a spingere il mobile verso la medesima parte, ma se alcune spingono verso una parte, come  $BA, CA$ , ed un'altra  $DA$  spinge all' opposto, se fosse  $AD$  eguale alle altre due  $AC, AB$ , il mobile  $A$ , starebbe immobile, e però non ne risulterebbe alcun moto (per l' Afs. 4.): ma se sono disuguali quelle, che spingono da una parte, a quelle che spingono dall' altra opposta, pigliasi  $AG$ , eguale all' ecc-

Fig. 38. cello delle due  $AB, AC$ , sopra l'altra contraria  $AD$ , farà essa  $AG$ , diretta verso la parte a cui spingono le forze prevalenti, la direzione, e la velocità del moto composto; imperocchè solamente l'eccesso delle maggiori velocità  $AB, AC$  sopra la contraria  $AD$ , può avere il suo effetto, essendo le parti eguali contrarie, adattate a reprimere il moto, e tenere in quiete il mobile  $A$ ; ma se finalmente le date direzioni non sono nella medesima linea retta, ma inclinate a varj angoli, o nello stesso piano, o in diversi piani, se ne compongano due insieme  $AB, AD$ , con fare il parallelogrammo  $ADBE$ , e tirato il diametro  $AE$ , che mostra la direzione composta di quelle due, si componga colla terza  $AC$ , facendo il parallelogrammo  $EACG$ , farà la direzione, e velocità  $AG$ , composta di tutte tre le  $AB, AC, AD$ , come è manifesto dall'antecedente proposizione, e se vi fossero altre direzioni, con cui fosse spinto il mobile, similmente componendo la composta  $AG$ , colle altre, si troverebbe la direzione, e la velocità composta di tutte. Il che &c.

## COROLLARI.

Fig. 39. I. Se fusse il punto  $I$  centro di gravità de' punti  $B, C, D$ , cioè di gravi eguali posti in quei termini; a cui sono dirette le forze, che spingono il mobile  $A$ ; congiunta la retta  $AI$ , e fatta  $AG$  moltiplice di  $AI$ , secondo il numero di tali punti, cioè in questo caso tripla, farà essa  $AG$  la direzione, e velocità ricercata; imperciocchè condotta per lo punto  $A$  qualunque retta  $LM$ , sopra cui siano tirate le perpendicolari  $CL, BM, DP, IO$ , è ma-

è manifesto (dal Coroll. 4. della Prop. 11.) che la somma, o la differenza delle perpendicolari  $CL$ ,  $BM$ ,  $DP$ , è tripla della perpendicolare  $IO$ , e che la somma, o la differenza delle distanze  $AM$ ,  $AL$ ,  $AP$ , (s' intende la somma di quelle, che sono dalla medesima parte, ovvero la differenza di quelle, che sono da una parte, e di quelle che rimangono dalla parte opposta) è tripla della distanza  $OA$ ; ma condotta la perpendicolare  $GN$ , e compiuto il rettangolo  $ANGS$ , farà  $GN$  tripla di  $IO$ , ed  $AN$ , ovvero  $GS$ , tripla di  $AO$ , per la similitudine de' triangoli  $AIO$ ,  $AGN$ , in cui  $GA$  si è fatta tripla di  $AI$ ; dunque la direzione, e velocità  $AG$  è quella stessa, che deve risultare al mobile  $A$ , sollecitato dalle velocità, e direzioni  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$ , essendo  $AG$  composta di  $AN$ , eguale alla somma, o alla differenza delle velocità, che risultano per la direzione  $AN$ , e dalla  $GN$ , parimente eguale alla somma delle velocità conspiranti secondo la perpendicolare  $AS$ , o alla differenza di esse direzioni, e velocità contrarie.

II. Se oltre le forze suddette  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$ , vi fosse un' altra forza  $AH$ , che spingesse il mobile secondo la direzione opposta a quella  $AG$ , che si compone delle tre prime, e con velocità eguale ad essa, è manifesto, che il mobile  $A$  rimarrebbe in equilibrio fra tutte queste forze, essendo eguale la velocità  $AH$  alla velocità  $AG$ , risultante dall' altre.

III. Se il centro di gravità dei punti  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , cadesse nel punto  $A$ , il mobile rimarrebbe immoto, non essendovi veruna distanza  $AI$  il cui mol-  
tipli-



tiplice dovrebbe fare la direzione, e la velocità del moto composto, e però rimarrebbe in equilibrio il mobile tra le forze, che lo spingono per varie vie.

IV. E per ragione converfa, se il mobile tra più forze, che lo vanno spingendo, confifte immobile, bisogna, che effo mobile fi trovi collocato nel centro di gravità de' termini  $B, C, D$  a cui nello fteffo tempo vorrebbero spingerlo quelle forze, perchè se il centro di gravità di effi punti fosse fuori del centro  $A$ , per efempio in  $I$ , dovrebbe muoversi il mobile per la direzione  $AI$ , pofta  $AG$  moltiplice di  $AI$  fecondo il numero di detti termini, cioè di dette forze.

#### PROPOSIZIONE XIV.

*Fig. 40. Se il mobile  $A$  fta in equilibrio fra le tre forze  $E, P, F$ , che lo tirano per le direzioni  $AC, AD, AB$ ; prolungando una di effe per efempio  $AD$  oltre l'angolo  $CAB$ , ed in effa prefo qualsivoglia punto  $G$ , tirate le  $GB, GC$ , parallele all'altre direzioni, onde rifulsi il parallelogrammo  $BACG$ , faranno le forze  $E, P, F$ , come i lati  $AC, AB, AG$ , di effo parallelogrammo.*

**I**mperochè, ftando equilibrate le forze fuddette, bisogna, che due qualunque di effe, per efempio  $F$ , ed  $E$ , contraltino con eguale sforzo contro la terza  $P$ , imprimendo nel mobile una velocità eguale a quella, che viene impreffa dalla forza  $P$ , ma diretta alla banda oppofta per eluderne ogni effetto (fecondo l'Afs. 5.) ma alla direzione della forza  $P$ , che tira per  $AD$ , niuna altra

tra direttamente si oppone, se non questa  $AG$ , dunque bisogna, che lo sforzo d'ambidue le forze  $E, F$ , ritiri il mobile  $A$ , appunto per la direzione  $AG$ , ma queste forze tirano il mobile secondo il diametro d'un parallelogrammo, fatto sopra i lati delle loro direzioni, e proporzionali alle medesime forze, e velocità, che s'imprimono da esse, dunque bisogna, che la retta  $AG$ , opposta alla direzione  $AD$ , dell'altra forza  $P$ , sia il diametro d'un parallelogrammo fatto nell'angolo  $BAC$ , co' lati proporzionali alle stesse forze  $E, F$ , o alle velocità da loro impresse, non potendo servire la linea  $AG$  per diametro d'altri parallelogrammi fatti nell'angolo  $BAC$ , fuorchè al medesimo  $BACG$ , o ad altri simili ad esso, che avrebbero i lati, ed il diametro nella stessa proporzione; dunque bisogna, che  $AB$ , ed  $AC$ , sieno proporzionali alle forze  $F, E$ , ed  $AG$ , proporzionale all'altra  $P$ . Il che &c.

C O R O L L A R I.

I. Se un corpo  $PH$ , il cui centro  $X$ , è sospeso da Tav. IV. Fig. 41. due funicelle  $PE, HF$  non perpendicolari all'orizzonte, e però tra di loro non parallele, le quali prolungate converrebbero in  $G$ , bisogna, che la direzione  $AX$  del centro di gravità di tal corpo, che è perpendicolare all'orizzonte, convenga con l'altre due direzioni nel medesimo punto  $G$ . Imperocchè dovendosi fare equilibrio tra le forze sostenenti  $E, F$ , ed il peso di esso corpo, bisogna, che la direzione di questo sia per il diritto al diametro  $AG$  del parallelogrammo fatto sopra dette direzioni delle forze sostenenti, in cui cospirano le direzioni  $BG, CG$  di dette forze.

C

II.

Tav. III.  
Fig. 40. II. Similmente date tre forze  $F, E, P$ , due delle quali sieno maggiori della terza, si troveranno le direzioni per cui sarebbero in equilibrio, con fare un triangolo  $ABG$  di lati proporzionali alle dette forze, e compiendo il parallelogrammo  $BACG$ ; perchè allora essendo dette direzioni  $AB, AC$  proporzionali alle forze  $F, E$ , le quali secondo la direzione  $AG$ , composta di esse, tirerebbero il punto  $A$  verso  $G$ , se la potenza  $P$  proporzionale ad  $AG$ ,

Tav. IV.  
Fig. 42. s'intenderà tirare per l'opposta direzione, staranno in equilibrio; oppure basterebbe fare un triangolo  $ILK$  di lati parimente proporzionali alle date forze, e sopra ciascuno di essi tirando le perpendicolari  $GR, GM, GO$ , dalle quali risulterà il parallelogrammo  $ABGC$ , e saranno determinate le direzioni, per cui dette forze staranno in equilibrio. Imperocchè allora il triangolo  $ILK$ , farà simile a ciascheduno degli altri due  $ABG, ACG$ , perchè essendo retti gli angoli  $GRK, GOK$ , un cerchio passerebbe per gli punti  $G, R, O, K$ , onde l'angolo  $OKR$  uguaglierebbe l'angolo  $OGR$ , ed essendo ancora gli angoli  $LMG, LRG$  retti, saranno similmente eguali gli angoli  $MLR, NGR$ , ovvero l'alterno  $BAG$ , dunque i due angoli  $K, L$  eguagliando gli due  $G, A$ , essi triangoli sono simili.

Tav. III.  
Fig. 40. III. Si osservi, che le stesse potenze  $F, E, P$ , sono come i seni degli angoli opposti alle loro direzioni, essendo come i lati  $GC, AC, AG$ , i quali sono proporzionali a' seni degli angoli opposti, secondo un notissimo Teorema della trigonometria.

## CAPITOLO V.

*Delle Macchine, che facilitano il Moto.*

## PROPOSIZIONE XV.

*Sia un vette ACB mobile intorno al punto fisso, o sostegno C, e le forze G, P, applicate a punti A, B, lo tirino per le direzioni AF, BH, comunque inclinate alle braccia di detto vette, e stiano in equilibrio; se dal sostegno si tireranno le perpendicolari CF, CD sopra le dette direzioni, sarà la forza G, alla forza P reciprocamente, come la perpendicolare CD, all'altra CF.*

TAA. IV.

Fig. 43.

44.

**C**oncorrino le direzioni  $AF, BH$  nel punto  $E$  (quando non sieno parallele, nel qual caso converrebbero in un punto  $E$  infinitamente lontano, ed allora, o sarebbero le dette perpendicolari, le medesime  $CA, CB$ , o gli sarebbero proporzionali per la similitudine de' triangoli  $ACF, BCD$ ; onde essendo  $G$  a  $P$ , come reciprocamente  $BC$  a  $CA$ , sarebbero le dette forze reciproche alle medesime perpendicolari) e si congiunga la retta  $CE$ , questa sarà necessariamente la direzione della forza, che fa il sostegno nel reggere la pressione cagionata dalle forze  $G, P$ ; Imperciocchè tirate le rette  $CH, CK$ , parallele alle direzioni  $AF, BD$ , il parallelogrammo  $CHEK$ , dimostrerà le direzioni  $AF, BD$ , e la proporzione delle forze  $P, G$ , ne' lati  $EH, EK$ , e però il diametro  $CE$ , dimostra la direzione, e la forza del sostegno  $C$ , che si equilibra, con amendue le dette potenze, e perchè

Fig. 44.

Fig. 43.

gli triangoli  $CHE$ ,  $CEK$  sono eguali, le loro basi  $HE$ ,  $EK$  sono reciprocamente come le altezze  $CF$ ,  $CD$ , dunque, essendo  $P$  a  $G$ , come  $HE$  ad  $EK$ , bisogna, che stia  $G$  a  $P$ , come reciprocamente la perpendicolare  $CD$  alla perpendicolare  $CF$ . Il che &c.

## C O R O L L A R I.

I. Se la forza  $P$  ora tirerà perpendicolarmente per la direzione  $RB$ , ed ora obliquamente per la direzione  $BL$ , il suo momento nel primo caso, all'altro nel secondo, sarà come il braccio  $CB$  alla perpendicolare  $CD$  tirata sopra l'altra  $BL$ . Imperciocchè si equilibri la forza  $P$  nel primo caso colla forza  $G$ , e nel secondo colla forza  $N$ , sarà  $P$  a  $G$ , come  $AC$  a  $CB$ , e nell'altro caso, sarà  $N$  a  $P$ , come  $CD$  a  $CA$ , dunque sarà  $G$  ad  $N$ , come  $CB$  a  $CD$ , ed è la ragione di  $G$  ad  $N$  la medesima, che de' loro momenti, e però ancora de' momenti a loro eguali, cioè di  $P$ , quando tira per la direzione  $BR$ , e del medesimo  $P$  tirante per la direzione  $BL$ , dunque questi momenti sono come  $CB$  alla perpendicolare  $CD$ .

II. Se il vette  $AB$  è sostenuto orizzontalmente in ambi gli estremi  $A, B$ , ed al punto  $C$  sia applicato il peso  $D$ , la forza che esercita il sostegno  $A$  a quella, che esercita il sostegno  $B$ , sta reciprocamente, come la distanza  $CB$  alla distanza  $CA$ .

III. Ma se il detto vette è sostenuto con qualche inclinazione all'orizzonte, come quando con esso si portasse sopra una scala, o sopra la falita di un monte il peso  $D$  attaccato al punto  $C$ , sup-  
po-

posto, che la potenza  $A$ , alla potenza  $B$ , ed al peso  $D$ , fosse, come le linee  $AF$ ,  $FB$ ,  $AB$ , fatto un triangolo  $AFB$ , e circoscrittogli un cerchio, il quale sia segato dalla direzione  $FC$  di esso peso nel punto  $H$ , congiunte  $AH$ ,  $BH$ , doveranno le dette forze sostenere gli estremi del vette secondo le direzioni  $AH$ ,  $BH$ ; imperocchè compiuto il parallelogrammo  $ICGH$ , sarà l'angolo  $CHI$  eguale all'angolo  $BAF$ , e l'angolo  $ICH$  eguale all'alterno  $GHC$ , eguaglierà l'altro  $ABF$ , per essere nel medesimo segmento, e però il triangolo  $HIC$ , sarà simile al triangolo  $BAF$ . Onde siccome i lati  $BF$ ,  $FA$ , e la base  $AB$  eguaglieranno le forze da applicarsi in  $B$ , ed in  $A$ , ed il peso  $D$ , così ancora i lati  $CI$ ,  $IH$ , cioè  $CH$ ,  $HI$ , sono proporzionali alle dette forze, ed il diametro  $HC$ , al peso da sostenersi; onde con tali direzioni dovrà portarsi esso peso per mezzo del vette  $AB$  inclinato all'orizzonte.

## PROPOSIZIONE XVI.

*Come si possa sostenere un gran pezzo da più persone con più d'un vette.*

**P**ER esempio dovendosi portare da tre persone  $A$ ,  $E$ ,  $C$ , il peso  $D$  con due veti, pigliato il vette  $EC$  retto dalle forze  $E$ ,  $C$  di due persone supposte eguali, e dividendolo per mezzo in  $F$ , vi si appoggi l'estremo di un' altro vette  $AF$  da raccomandarsi alla forza di una terza persona eguale nel termine  $A$ , e dividasi  $AF$  in  $B$ , sicchè  $AB$  sia doppia di  $BF$ , aggiunto il peso  $D$  in  $B$ , sarà retto dalle tre forze  $E$ ,  $C$ ,  $A$ , perchè come  $AB$  a  $BF$ ,

Fig. 48.

C 3

- BF*, così la parte del peso *D*, retta in *F*, alla parte sostenuta in *A*; dunque in *F* premono due terzi del peso, sostenuti dalle due persone *E*, *C*, ed un terzo solo è sostenuto in *A* dalla terza persona; onde tutte tre egualmente sono caricate per sostenere esso peso. Se poi fossero quattro persone, che dovessero sostenere il peso *D*, eguale alle lor quattro forze, si potrà con tre vetti *AH*, *EC*, *GF*, sostenere il peso *D*, applicato nel punto *B* di mezzo al terzo vettè *GF*, appoggiato nel mezzo di ambidue gli altri vetti, sostenuti ne' loro termini dalle forze *A*, *H*, *E*, *C*. Similmente un peso eguale a cinque forze, si può sostenere con quattro vetti *AI*, *KH*, *EG*, *CF*, dividendo quest' ultimo *FC* in *B*, dove attaccare si deve il peso in maniera, che *CB* a *BF*, sia come quattro a uno, essendo poste le quattro forze ne' termini *A*, *I*, *H*, *K* de' primi due vetti, ed appoggiandosi al mezzo *F* del terzo *EG*, il quarto *FC*, retto in *C* dalla quinta potenza, e così con altri vetti possono più persone sostenere un peso più grave.
- Fig. 49.
- Fig. 50.

## PROPOSIZIONE XVII.

*Spiegare varj usuali strumenti, che fanno la loro forza per mezzo di uno, o più vetti.*

- Tav. V. I. **P**rimieramente se il Martello *ABC*, si applica colla sua parte biforcata a spiccare il chiodo *C* da una tavola, fissandolo verso il punto *B*, si fa un vettè inflesso *ABC*, in cui la porenza si applica in *A*, il sostegno, o centro del moto in *B*, e la resistenza da vincere è in *C*; onde, quanto più lungo sarà il manico *AB*, della distanza *BC*, tanto
- Fig. 51.
- to

to meglio riuscirà l'effetto di svellere il detto chiodo  $C$ .

II. Secondariamente le Forbici, o Cisoie  $GHIF$  per dividere il corpo  $E$ , fanno la forza come di due vetti connessi nel comune sostegno al nodo  $D$ , essendo applicata la potenza a' termini  $F, G$  d'ambi i vetti  $FI, GH$  per vincere la resistenza  $E$ ; onde quanto maggiore è la distanza  $FD$ , ovvero  $GD$  della distanza  $DE$ , tanto più agevolmente segue la divisione, onde giova, che il corpo da dividersi sia più vicino al nodo  $D$ . Fig. 52.

III. Le tanaglie per stringere, o tener fermo il corpo  $L$ , o rimuoverlo dal suo sito, mettono in opera similmente il doppio vette  $EMN, DMB$  mobile intorno al nodo  $M$ , come delle forbici si è detto; ma quando si adattano a svellere un chiodo, e si ferma il convesso inferiore in qualche parte stabile  $N$ , risulta un vette inflesso  $ENL$ , il cui sostegno  $N$  più s' avvicina alla materia da muoversi  $L$ , che non era all' uso primiero al nodo  $M$ , e così più facilmente ne segue l'effetto. Fig. 53.

IV. Nelle Cicogne, ( così chiamate da Aristotile quelle macchine, che sono gli Altalevi adattati ad uso di cavar l'acqua da alcuni pozzi di campagna ) sul termine più alto  $P$  di un forte palo  $PS$ , piantato verticalmente accanto al pozzo  $M$ , sta imperniato un altro palo traverso  $QBO$ , il quale è un vette aggravyato nella parte  $Q$  dal peso attaccatovi, e dall' altra banda  $O$  vi è annessa la fune o stanga  $OR$ , cui è attaccato il secchio per attingere l'acqua dal pozzo, e quantunque il peso  $Q$  sia di qualche incomodo alla potenza, che applicata in  $R$ , cerca di abbassare il secchio per tuf- Fig. 55.



farlo nell'acque, non è però di grande impedimento, attesa la maggior lunghezza del braccio  $BO$  a cui si applica la potenza in relazione del braccio  $BQ$ , da cui pende il peso: ma al contrario ne riceve detta potenza non piccolo sollievo, quando alza il secchio essendo ajutata ad alzarlo dal medesimo peso  $Q$ , il quale ha il momento di scendere.

Fig. 56. V. Nelle trombe da alzar l'acqua, si alza lo stantuso  $S$  per mezzo del vette inflesso  $XVT$ , appoggiato in  $Z$ , ovvero del solo  $XZT$  mobile intorno al sostegno  $Z$ , onde quanto sarà il punto  $X$ , dove si applica la potenza, più lontano dal sostegno, ovvero quanto sarà maggiore  $XZ$  del braccio  $ZT$  da cui pende lo stantuso, tanto più agevolmente si farà l'agitazione dello strumento, e l'attrazione dell'acqua.

Fig. 57. VI. Volendo alzare il gran sasso  $CDE$  colla manovella  $AC$ , mobile sull'appoggio  $B$ , v' interviene l'azione di due vetti: uno è la suddetta manovella, l'altro è la lunghezza del sasso dall'estremo  $C$ , ove appoggia sopra la prima leva, sino all'estremo  $E$ , dove sta sul terreno, e tirando dal centro di gravità  $D$ , del sasso la perpendicolare  $DF$  all'orizzonte, sarà il peso del sasso alla forza posta in  $A$ , in ragione composta di  $AB$  a  $BC$ , e di  $CE$  ad  $EF$ ; imperocchè facendo come  $AB$  a  $BC$ , così  $FE$  ad  $H$ ; si osservi, che nel vette  $CE$ , la forza del peso  $D$ , sta a quella, che lo solleva in  $C$ , come  $CE$  ad  $EF$ , ma la forza, che solleva esso peso in  $C$  sta alla potenza posta in  $A$  come  $AB$  a  $BC$ , cioè come  $EF$  ad  $H$ , dunque per l'uguaglià ordinata, il peso sta alla potenza posta in  $A$ , come  $CE$  ad  $H$ .

la

la qual ragione è composta di  $CE$  ad  $EF$ , e di  $EF$  ad  $H$ ; l'ultima delle quali è la medesima, che di  $AB$  a  $BC$ .

## PROPOSIZIONE XVIII.

*Spiegare la forza dell' asse nella ruota.*

**C**Hiamasi asse nella ruota il cilindro  $AB$  annesso ad una ruota, o timpano  $EDF$  di maggiore diametro, o di altro equivalente ordigno, cui applicandosi la potenza muove il peso  $C$ , mediante la fune, che si ravvolge al detto cilindro. È manifesto, che nello stesso tempo in cui il peso è tirato per tanto spazio quanto importa la lunghezza della fune che circonda una volta il cilindro, bisogna, che la potenza muova tutta la ruota, o girando con essa finchè ritorni al suo posto, ovvero stando fissa essa forza finchè passi per le sue mani tutto il contorno della ruota, sicchè la velocità della potenza, sarà a quella del peso, come la circonferenza della ruota, alla circonferenza della grossezza del cilindro, la qual ragione è la medesima; che quella del raggio della ruota, al semidiametro del cilindro, onde stando la potenza al peso reciprocamente come il semidiametro del cilindro al raggio della ruota, si farà l'equilibrio sostenendo il peso  $C$ , e qualunque piccolo vantaggio acquistando essa forza in se stessa, o ponendosi in distanza alquanto maggiore dal centro della ruota, per esempio applicandosi alle caviglie  $FV$ ,  $SE$ , fisse nel giro di essa ruota, potrà comodamente smuovere il detto peso, derivando una periferia alquanto maggiore.

Fig. 58.

Ma

Fig. 59.

Ma per meglio concepire l'azione di questo strumento, si rappresenti la ruota col cerchio  $BEP$ , ed il cilindro col cerchio concentrico  $DHK$ , e tirati per lo centro comune  $O$  i semidiametri  $HOE$ ,  $BOD$ , si farà manifesto essere questi alcuni vetri, il cui sostegno  $O$ , ed il peso da muoversi attaccato all'estremo  $H$  del primo vette, applicandosi la potenza  $P$  all'estremo  $E$ ; ovvero nel secondo vette applicandosi il peso in  $D$ , e la potenza all'altro termine  $B$ , dal che agevolmente si concepisce, essere questo strumento un vette perpetuo, che sempre va rinnovandosi nella continuazione del moto, oppure essere un aggregato d'infiniti vetri, de' quali abbassandosi uno, succed sempre nel suo luogo un'altro a fare il medesimo ufizio, fino a tanto che la potenza dura a muovere questo strumento.

Si avverta però: primieramente che in questo moto non si soprapponga la fune sopra le spire di essa fune, applicate al cilindro nell' anteriore rivoluzione, perchè crescerebbe la grossezza di esso cilindro; onde la potenza proverebbe minor momento, movendo il cilindro più ingrossato, avendo minor proporzione il raggio della ruota al semidiametro del cilindro ingrossato di quella, che aveva il cilindro nudo.

Secondariamente si avverta, che la direzione della potenza  $P$  sia la retta  $EP$  ovvero  $BN$  tangente di essa ruota, perchè così la sua distanza del centro del moto  $O$  sarà l'intero raggio  $OB$ , ma se tirasse essa ruota per un'altra direzione  $BG$  inclinata al raggio, la sua distanza farebbe solamente la perpendicolare  $OM$  tirata dal centro sopra di essa direzione.

L'Ar-

L'Argano è un cilindro perpendicolare all'orizzonte, il quale si muove per alcune stanghe *FD, GE* in esso fissate, e con ciò si fa muovere il peso *C* per una fune, che si ravvolge intorno ad esso cilindro, e però la potenza al peso sarebbe nell'equilibrio, quando stesse come il semidiametro del cilindro alla lunghezza di queste stanghe, cui si applica la potenza, e con alquanto vantaggio di tal lunghezza di stanghe, può la potenza muovere detto peso. Se poi esso cilindro *AB* è posto orizzontalmente, ed in esso in vece d'alcuna ruota vi siano fissate le caviglie *DE, FG*, questo chiamasi Bulghero, con cui si alzano i pesi per le fabbriche, o si attigne l'acqua da' pozzi, alzando la secchia *C*.

Tav. VI.  
Fig. 60.

Fig. 61.

La Macchina, che serve a varare i Navicelli dal fosso di Livorno in Arno, e vicendevolmente da questo in quello, come si vede fuori della Porta a Mare di Pisa, da' Latini detta *Geranium*, è una gran ruota, dentro di cui gli uomini stessi camminano calcando in *D*, ed *F*, i gradini interiori come se tentassero di salire per quella concava circonferenza, il che fa girare il cilindro *AB*, a cui avvolta la fune applicata al Navicello *C* viene con ciò questo rialzato, e trasportato da un alveo, all'altro. Però la distanza di queste forze moventi dal centro del moto non è l'intero raggio della ruota, ma solamente la perpendicolare, che dal centro di essa, può tirarsi sopra la direzione del moto che fanno gli uomini nel salire; vi è però un altro vantaggio dal piano inclinato, per cui si tira detto Navicello, il qual piano diminuisce il momento di esso peso come vedrassi al suo luogo. All'Asse nella ruota si possono riferire ancora quei

Fig. 62.

Fig. 63.

quei cilindri  $AB$ , che si fanno girare con uno, o con due manichi ripiegati ad angolo retto, quali sono  $ECB$ ,  $AFG$ , a' quali applicandosi la potenza, descrive un gran giro, mentre il peso  $D$ , ovvero  $O$  attaccato alla fune rivolta al cilindro, descrive salendo, o discendendo solamente tanto spazio quanto importa la fune, che si avvolge ad esso cilindro.

Fig. 64. Il Succhiello  $DCE$  similmente si riferisce a questo genere di macchina, perchè la potenza applicata al manico  $DE$ , descrive un gran cerchio nel mentre che la punta  $C$  descrive un piccolo forame, insinuandosi a vincere la resistenza delle parti del legno, che si devono separare, e quanto il diametro  $DE$  del cerchio descritto dalla potenza è maggiore della grossezza della punta  $C$ , tanto viceversa maggiore può essere la resistenza della forza con cui contrasta. In questo strumento però vi è ancora un altro vantaggio per la forza della vite in cui è contestata la punta  $C$ , e ancora, perchè partecipa del Cuneo coll'acutezza del filo, che suol avere la punta quando è bene aguzza. Il che quanto renda agevole l'effetto si dimostrerà a suo luogo.

### PROPOSIZIONE XIX.

*Spiegare la composizione di più assi e ruote combinate nella medesima macchina.*

TAV. VII.  
Fig. 65.

**T**alvolta per muovere un peso, non serve un solo asse colla sua ruota, ma bisogna unirne insieme molti connessi per mezzo di varj rocchetti, o ruote dentate, che danno la dovuta direzione,

né, ed il moto opportuno a qualunque di essi secondo i bisogni. Sia per ragione d'esempio la seguente macchina *CDFH* composta di quattro asse colle sue ruote dentate, in cui se il manico *AB*, suppongasì dieci volte maggiore del semidiametro della rotella *C*, sarà la potenza in *A* applicata dieci volte più veloce di qualsivoglia dente di essa rotella. Sia poi la ruota grande *D* in un altro asse, che abbia dieci volte più denti della rotella *C*, avendo il semidiametro dieci volte maggiore; dunque bisogna, che la rotella *C* giri dieci volte, urtando con i suoi denti in quegli della ruota *D*. prima che questa faccia un'intera rivoluzione, nel qual tempo gira ancora una rotella *E* fissa nel medesimo asse con *D*; onde la rotella *C* sarà dieci volte più veloce di questa rotella *E*, a cui applicandosi un'altra gran ruota *F* maggiore di giro di essa rotella *E*, si proverà, che detta rotella *E* averà un moto dieci volte più veloce d'una simile rotella *G* fissa nel medesimo asse colla ruota *F*, e similmente urtando la ruota *G* in un'altra maggior ruota *H*, che abbia dieci volte più denti di essa, doverà fare dieci rivoluzioni, prima che la ruota *H* giri una volta col suo asse, in cui posto un cannello *K* grosso quanto la rotella *G* intorno a cui giri la fune, per cui si sollevi il peso *L*, sarà pure il moto della ruota *G* dieci volte più veloce del moto con cui si sollevi il peso *L*. Perchè dunque la potenza *A* è dieci volte più veloce della rotella *C*, sarà la velocità di *A* a quella di *C* come 10000. a 1000. e questa velocità *C* essendo dieci volte maggiore della velocità della rotella *E*, starà quella a questa come 1000. a 100. similmente per essere la ve-

lo-

locità di *E* decupla di quella rotella *G*, starà ad essa come 100. a 10. e finalmente la velocità di *G* starà alla velocità della fune *K*, o del peso *L* come 10. ad 1. dunque per l'egualità ordinata, la velocità della potenza in *A* a quella del peso *L* sarà come 10000. ad 1. onde con questo strumento quella potenza, che da se potrebbe elevare una sola libbra, ne levarebbe 10000. e se vi fossero altri assi di più disposti colla medesima proporzione, potrebbe alzare tante libbre di peso, quanto indicherebbe la medesima unità con aggiunti tanti zeri appresso, quanti fossero detti assi, perchè decuplandosi la velocità con qualunque asse, bisognerebbe aggiungere di mano in mano all'unità tanti zeri, quanti fossero i detti assi, moltiplicandosi dieci volte maggiormente qualunque numero coll'aggiunta di un zero; onde si fa conto, che con soli 50. assi, la forza di una formica per se abile a portare un grano di arena, potrebbe muovere tutto l'universo Mondo, quando fin alle stelle ripieno fusse d'arena; imperciocchè si mostra da Archimede, che il numero non è maggiore di quello, che esprimerebbe una sola unità con appresso cinquanta zeri, e però si gloriava Archimede, che se avesse potuto mettere un piede fuori del Mondo, l'avrebbe trasferito da un luogo a un altro.

*„Dic ubi consistam, & celum terramque movebo.“*

Si può osservare un simile esempio, nella macchina, che si usa a far elevare continuamente l'acqua del pozzo *K* per via di una catena di cassette *M*, le quali versano l'acqua per la cassa *HI*; nella vasca *L*, adattandosi un cavallo, o un uomo a girare la stanga orizzontale *AB*, con che si rivol-

ta

ta il rocchetto *C*, e questo urtando ne' denti della ruota *D*, fa girare il rocchetto *E*, da cui è mossa un' altra ruota *F* col cannoncello, o rocchetto *G* interno a cui sono applicate le cassette d' acqua *M*. Se sarà la lunghezza *AB* braccia cinque, ed il semidiametro del rocchetto *C* d' un mezzo braccio, e però la potenza *B* dieci volte più veloce di tal rocchetto *C*, il quale debba girare quattro volte prima di urtare in tutti i denti della ruota *D*, che fa girare il rocchetto *E* eguale a *C*, e questo rocchetto *E* debba girare tre volte, prima che muova tutta la ruota *F* col cannoncello, o rocchetto *G*, sarà la velocità di *B* alla velocità dell' acqua sollevata intorno al cannoncello, o rocchetto *G* in ragione composta di 10 ad 1, di 4 ad 1, e di 3 ad 1. il che importa una ragione di 120. ad 1. perchè 10. via 4. fa 40. e 40. via 3. fa 120.

Talvolta non abbiamo bisogno di gran forze per muovere un peso, ma fa di mestieri di muovere un mobile con gran velocità, come accade nelle macchine de' mulini girate dall' acqua, o dal vento: per esempio la ruota *I* già equilibrata sopra i suoi perni, e sostenuta bastevolmente dalla robustezza di essi, per macinare il grano, deve muoversi in giro sopra al suo asse con gran velocità, onde vi si adatta una macchina, con cui il vento urtando in ruote grandi, ne fa muovere altre più piccole, di manierachè si comunica maggior velocità al peso da muoversi, che alla potenza: sia il mulino a vento *ABH*, e l' ale *C* girando per la forza del vento fanno girare l' asse *AB*, colla ruota *E*, la quale con i suoi denti piglia il rocchetto *F*, e fa girare l' asse *FG* colla ruota *G*, che urtando nell' altro

Tavola  
VIII.  
Fig. 67.



altro rocchetto *H* fa girare la ruota *I*, ed è la velocità del vento in *C*, alla velocità de' denti della ruota *E*, come il semidiametro *CD* al raggio della ruota, che sia per esempio in ragion tripla, perchè poi nel girare una volta la ruota *E*, fa girare più volte il rocchetto *F*, secondo la proporzione che ha il numero de' denti in *E*, al numero delle scannellature del rocchetto *F*, (e sia per esempio quadrupla) ed altrettante volte gira la ruota *G*, che si suppone eguale ad *E*, farà la velocità della ruota *E*, a quella della ruota *G*, in proporzione di 1. a 4. ma in qualunque rivoluzione della ruota *G*, doverà più volte girare il rocchetto *H* (e sia per esempio cinque volte) e con esso la macina *I*, farà la velocità *G*, a quella della macina *I*, come 1. a 5. onde la velocità del vento a quella della macina, è composta delle ragioni di 3. 1. di 1. 4. e di 1. 5. cioè in tutto sarà come 3. a 20. e reciprocamente la forza del vento, presa assolutamente, sta alla resistenza, che ha in tal sito la macina a muoversi, come 20. 3.

Fig. 68. Ancora negli ordigni, che adoprano le donne per filar lana, o bambagie, e nella ruota adoprata de' farnari per far le corde, o nelle mole adattate ad aguzzare i coltelli, ed in quelle, che servono a lavorare, o pulir le gemme, per lo più la potenza si adatta in maniera, che possa muovere, non già qualche gran peso, ma quel soggetto leggerissimo della lana, cotone &c. posto nel centro della rotella *H* in *I* con grandissima velocità, perchè le loro minime fibre attorcigliandosi insieme, si premono vicendevolmente con gran momento; e perciò si compone insieme la ruota *AE* colla minore *H*, amendue cir-

con-

condate da una fune, che ricorre in se stessa, perchè in una sola rivoluzione della maggiore, gira la minore tante volte, quante il diametro della minore entra nella maggiore. E nella stessa maniera se la rotella *H* è una mola, nel girare velocemente, preme con gran forza il coltello, o la gemma calcatavi sopra, rendendo quello, o più acuto nel suo filo, e questa più spianata, o pulita nelle sue faccette, come facilmente s'intende applicandovi le già dette dottrine, senza che facci mestieri di più allungarmi sopra di ciò.

## PROPOSIZIONE XX.

*Spiegare la forza delle Taglie, o Carrucole in qualsivoglia modo disposte.*

I. **P**rimieramente essendo fissa una carrucola *B*, Fig. 69.  
per cui passando la fune venga alzato un peso *A* dalla potenza *P*, niun vantaggio di forza per ciò acquista la potenza, ma solo con essa carrucola ha maggior facilità, perchè se la mano *P* dovesse immediatamente alzare il peso *A*, lo inalzerebbe col peso delle proprie braccia, laddove mediante la carrucola *B* si muove la mano all'ingiù, onde viene ajutata dal peso delle sue braccia nell'alzare il medesimo peso *A* più comodamente, ma però con una forza eguale a detto peso, essendo il centro della carrucola *B* in distanza eguale dall'uno, e l'altro braccio della corda, e però il centro del moto non è in diversa lontananza dalla direzione del peso, e da quella della potenza.

II. In secondo luogo, se si adopererà una taglia mo- Fig. 70.  
bile, verrà a raddoppiarsi la forza della potenza;

D

on-

onde potrà sollevare un peso doppio di se medesima; imperciocchè stando la Taglia  $B$  mobile attaccata al peso  $A$ , e retta la fune in  $F$ , vicino all'immobile taglia  $C$ , se la potenza si applichi in  $C$  a sollevare la fune, o si applichi in  $H$  a tirarla in giù mediante la taglia fissa in  $C$ , sempre è manifesto, che volendo ascenda il peso  $A$  per l'altezza, che è da  $D$  in  $E$ , bisogna che ambidue i tratti  $DE$ ,  $GI$  passino per mano della potenza, ovvero, che stando in essa attaccata al medesimo punto della fune, si muova per un tratto eguale ad amendue le lunghezze  $ED$ ,  $GI$ , e però la velocità della potenza essendo dupla di quella del peso  $A$ , potrà vicendevolmente esso peso essere duplo della potenza  $P$ , il che ancora si può ricavare, osservando, che la taglia mobile  $B$  è come un vettore  $ID$ , il cui sostegno è nell'estremo  $D$ , ed il peso dipende dal mezzo  $B$ , e la potenza in alza l'altro estremo  $I$ , e però sta al peso reciprocamente come  $ID$  a  $BI$ , che è ragione soddupla.

**Fig. 71.** III. Se ancora l'estremo della fune  $F$  fosse raccomandato alla medesima Taglia mobile, per cui di nuovo passa la stessa fune, si triplicherà la forza della potenza, perchè ascendendo il peso da  $F$  in  $I$ , conviene, che la forza si muova triplicatamente, acciò restino sviluppati dalle Taglie i tre tratti di corda  $FI$ ,  $EH$ ,  $GK$ , onde la velocità della potenza è tripla di quella del peso, e però può reggere un peso triplo di se.

**Tav. IX.** IV. Similmente essendo applicata la fune col termine  $F$  alla taglia fissa  $C$ , indi passando per la taglia mobile  $B$ , e circondando la taglia fissa  $C$ , indi passando per un'altra taglia mobile  $D$ , e poi  
avan-

avanzandosi all' altra immobile  $E$ , potrà con effe la potenza  $P$  sollevare un peso quadruplo della sua forza; perchè dovendo alzarfi il peso  $A$  per uno spazio eguale a  $IF$ , converrà, che la potenza  $P$  tiri a se gli quattro tratti di corda eguali  $FI, KL, MN, OQ$ , onde avendo quadrupla velocità di quella del peso, può sollevare un peso quadruplo della sua forza.

V. Nella stessa maniera si prova, che essendo Fig. 73. il termine della fune applicato in  $G$ , ad una delle taglie mobili  $D$ , e passando per la fissa  $C$ , indi circondando la mobile  $D$ , poi passando per l' immobile  $E$ , indi per l' altra mobile  $B$ , ed attraversando la terza immobile  $F$ , potrà la potenza  $P$  alzare un peso quintuplo di se stessa, perchè avrà una velocità cinque volte maggiore di quella del peso: essendo che sollevandosi questo da  $G$  in  $N$ , conviene, che passino per le mani della potenza quei cinque tratti di fune  $GN, MH, IO, RK, LQ$ . E con tale artificio moltiplicando le taglie, si potrà muovere qualunque peso maggiore della potenza in ragione di qualunque numero pari paragonato all' unità, se il termine della fune è fisso in un sito immobile ed in ragione di qualunque numero di pari all' unità, se è attaccata la fune ad una Taglia mobile.

VI. Questa molteplicità di carrucole può essere congiunta per un medesimo asse, quando siano Fig. 74. ruote eguali; ma essendo conficcate in una cassa con diversi assi, dovrebbero essere di diametro disuguale, acciò i tratti della fune non venghino ad implicarsi uno con l' altro, e stiano però paralleli come è necessario nella ragione addotta del momento delle potenze con quello del peso.

**Fig. 75.** VII. Essendo le funi con altrettanti corpi distinti, quante sono le Taglie mobili  $B, D, I$  raccomandate a' punti fissi  $H, E, G$ , crescerà il momento della potenza  $F$  in ragione tanto moltiplicata della dupla, quanto è il numero di esse Taglie, come quì essendo tre Taglie, sarà il suo momento divenuto ottuplo, che è ragione triplicata della dupla, perchè se fosse applicata in  $D$ , avrebbe a muovere il peso  $A$  con dupla velocità, e duplo momento; essendo in  $I$ , farebbe la sua velocità di nuovo dupla di quella che avrebbe in  $D$ , cioè quadrupla della velocità del peso  $A$ , ed essendo in  $F$ , l'ha dupla altresì di quella che avrebbe in  $I$ , è però ottupla di quella del peso, e così di mano in mano.

**Fig. 76.** VIII. Se le funi, che abbracciano qualche Taglia non sono sensibilmente parallele, come finora si è supposto, ma prolungate le rette  $CE, PD$  convenissero ad un angolo in  $L$ , dovrebbe la direzione del peso  $A$  passare pel medesimo angolo  $L$ , come si è dimostrato di sopra, e da qualunque punto  $B$  della direzione del peso  $A$ , tirando le parallele  $BE, DB$  ad esse funi, sarà la potenza  $P$  al peso  $A$ , come  $LD$  ad  $LB$ , cioè come il seno dell'angolo  $DBI$ , che è la metà di  $EBD$ , o dell'opposto  $DLE$ , fatto dal concorso delle funi, al seno dell'angolo  $BDL$ , o del suo complemento  $BDP$ .

**Fig. 77.** IX. E se più Taglie mobili  $B, C, D$  applicate a diverse funi fisse in  $G, F, E$  faranno alzare il peso  $A$  dalla potenza  $P$ , farà sempre la potenza al peso, in ragione composta di quella de' seni della metà di ciascun angolo  $SVT$  compreso dalle funi prolungate a' seni de' medesimi angoli interi, come apparisce dal detto di sopra.

X. Si

X. Si vuol comporre ancora questo strumento coll'argano, o con più assi combinati insieme, come appare in questa disposizione, ed è facile il calcolare la forza, componendo insieme le ragioni che risultano da ciascun particolare strumento, secondo le ragioni date di sopra. Fig. 78.

## PROPOSIZIONE XXI.

*Esporre la forza della vite.*

NEL piano fisso *DE* sieno scavate alcune spire, che si chiamano madrevite, e dentro di esse sia inferita la vite maschia *BG*, al termine di cui sia attaccato il peso *A*, ed una potenza applicata al termine *C* del manico *BC*, girando esso raggio *BC* farà una circonferenza circolare, e dal piano *DE* si vedrà forgere una sola voluta della vite, ed il peso sarà salito solamente tanto, quanto è l'intervallo da una spira all'altra, dunque sarà tanto più veloce il moto della potenza di quello del peso, quanto maggiore è la Periferia del raggio *BC* della distanza, che corre tra un giro e l'altro di essa vite; onde nella stessa proporzione potrà la potenza muovere un peso maggiore di quello, che solleverebbe da se stessa senza altro strumento: dal che è chiaro quanto immensamente cresca il momento della potenza per mezzo della vite, e di quanta efficacia sia questa macchina da adoprarsi in molti riscontri. Tav. X.  
Fig. 79.

Viceversa, può talora essere il peso da sollevarsi applicato al piano *DE*, il quale si farà innalzare similmente per mezzo della vite, ed in tal maniera sottoposte molte viti si può innalzare un gran peso Fig. 80.

peso, anzi sollevare un edificio già fatto; come Geremia Lersoni fece alzare il Campanile della Chiesa di S. Lorenzo di Rotterdam molti palmi sopra terra, affinchè sotto vi si rifaceffi poi i fondamenti, sopra de' quali fu posato diritto; e sano.

Ma il più comune, ed ordinario uso delle viti  
 Fig. 81. è per stringere, o premere, o calcare qualche cosa, come nelle morse de' Fabbri, ne' torchi degli Stampatori, e de' Librai, e ne' torchi con cui si fa scolare il vino dalle grappe già prima calcate, e l'olio dall'olive si vede apparire, e allora la resistenza di ciò, che si deve premere, fa l'ufficio del peso, mentre la potenza applicata al manico, che fa girare la vite cerca di vincere tale resistenza, accostando insieme quanto sia possibile le parti di ciò, che si deve stringere, e comprimerli vicendevolmente.

Fig. 82. Frequentemente si suol comporre questo strumento coll'asse nella ruota, ed allora si nomina, la *Coclea infinita*, o *Vite perpetua d'Archimede*, la di cui forza s'intende agevolmente, paragonando il moto della potenza applicata al manico  $IL$  della *Coclea*  $FG$ , col moto del peso pendente dal cilindro  $ED$  mosso colla rotazione della ruota  $B$  in esso inserita, la quale si va movendo secondo che i denti di essa sono rivoltati dalle spire di detta vite. Nel tempo che la potenza fa uno de' suoi giri col raggio  $IL$ , la *Coclea*  $FG$  rivoltandosi prende un sol dente della ruota  $B$ , onde avanti che tutta la ruota abbia una volta girato, e che il peso  $A$  sia alzato tanto spazio quanta è la fune che abbraccia la grossezza del cilindro  $ED$ , bisogna, che la potenza giri tante volte il manico  $IL$ , quanti sono  
 no

no i denti di essa ruota  $B$ , sicchè tanto più veloce sarà la potenza del peso, quanto è maggiore il raggio  $IL$ , moltiplicato per il numero dei denti della ruota  $B$ , del solo semidiametro del cilindro  $ED$  preso una volta, e però nella stessa ragione cresce il momento della potenza.

## PROPOSIZIONE XXII.

*Spiegare la forza del Cuneo.*

**C**Hiamasi Cuneo un prisma triangolare  $FBG$ , Tav. XI.  
Fig. 83.  
84. che col suo filo insinuandosi nel corpo  $IH$  ne separa le parti. Si rappresenti la forza in cui dette parti resistono alla divisione per la retta  $R$ , e sia la potenza  $M$  una mazza, o martello da applicarsi al Cuneo, la quale stia ad  $R$ , come la metà della grossezza del Cuneo  $AG$  sta alla sua altezza  $AB$ , dico, che la potenza  $M$  equivalerà alla detta resistenza, onde con ogni piccolo vantaggio, che abbia di velocità nel battere la faccia superiore del Cuneo, l'insinuerà fra le parti del corpo da spaccarsi, e vincerà la resistenza, che hanno le porzioni  $IH$  alla separazione; imperocchè movendosi il Cuneo contro il corpo  $IH$  secondo la direzione della sua altezza  $AB$  per qualunque minimo spazio  $CB$ , sarà necessario, che le dette parti  $IH$  cedano ciascuna, ritirandosi per lo spazio  $CD$ , o  $CE$ , dunque la velocità della potenza, che spinge il Cuneo e l'accompagna, sta alla velocità con cui si muove la resistenza, come  $BC$  a  $CD$ , o come  $AB$  a  $AG$ , cioè per costruzione come la resistenza  $R$  alla potenza  $M$ , e però si equilibreranno, e col vantaggio poi di qual-

D 4 che



che maggiore velocità, con cui si urti il Cuneo, percuotendo gagliardamente la faccia superiore  $FGQ$  prevalerà la potenza alla resistenza, onde il Cuneo si avvanzerà dentro il corpo.

Quando poi vi è entrato, per cacciarlo più oltre **Fig. 85.** ricercasi minor forza, essendo quindi in poi la velocità della potenza a quella con cui si separano le parti  $I, H$ , come l'altezza  $CB$  alla perpendicolare  $CT$ , condotta sul lato del Cuneo, o come  $BA$  ad  $AP$ , o come  $BG$  a  $GA$ , ed essendo  $AP$  minore di  $AG$ , è dunque maggior ragione quella di  $BA$  ad  $AP$ , dell'altra che era prima di  $AB$  ad  $AG$ . Imperocchè le parti  $I, H$  nello staccarsi muovonsi come d'intorno al centro  $B$  per gli archi  $ES, DO$  perpendicolari a' raggi  $BE, BD$ , e poi essendo le perpendicolari  $CT, CV$  parallele alle tangenti di essi archi, si deve misurare lo spazio corso dalle porzioni  $I, H$  colle direzioni  $CT, CV$ , e non più colle prime  $CE, CD$ .

**Fig. 86.** Quindi con tal forza segue poi a spaccarsi il corpo  $IH$  con una fessura, la quale scorre oltre la punta  $B$  del Cuneo, arrivando per esempio fino in  $L$ , il che apporta un nuovo vantaggio, potendosi allora considerare i due vetti inflessi  $ELN, DLN$  congiunti nel medesimo braccio  $LN$ , mentre alle braccia distinte  $LE, LD$  si applica ne' loro estremi  $E, D$  la forza mediante il Cuneo; onde più facilmente si promuove l'apertura, crescendo le braccia  $EL, DL$  cui si applica col Cuneo la potenza, e scemando viceversa il braccio  $LN$ , in cui rimane la resistenza di esso vette inflesso; onde molto maggiore si fa il momento della forza, e facilmente si staccano affatto le dette parti  $I, H$ .

Quin-

Quindi si può raccogliere, che tanto più facile sia la divisione d'un corpo in parità d'altre circostanze, quanto più acuto è l'angolo del Cuneo che vi si adopera, perchè essendo su la stessa base  $FG$  due Cunei  $FBG$  più acuto, ed  $FRG$  meno acuto, per essere l'angolo  $FRG$  maggiore dell'altro  $FBG$ , farà l'altezza  $AB$  maggiore di  $AR$ , onde la proporzione di  $AB$  ad  $AG$  sarà maggiore, che di  $AR$  alla stessa  $AG$ ; ma come l'altezza del Cuneo alla metà della sua base, così sta la resistenza alla potenza nella prima introduzione del Cuneo, come s'è veduto di sopra, dunque è maggiore la proporzione della resistenza alla potenza col Cuneo più acuto, di quello sia col Cuneo di minor acutezza; onde una potenza minore basterà col Cuneo più acuto a far quello, che farebbe una maggior potenza col Cuneo men acuto; ed ancora tirate dal punto  $A$  le perpendicolari  $AP$ ,  $AS$  sopra i lati  $BG$ ,  $RG$ , farà maggiore la ragione di  $BA$  ad  $AP$ , che di  $RA$  ad  $AS$ , essendo la prima eguale alla ragione di  $BG$  a  $GA$ , la seconda eguale a quella di  $RG$  alla stessa  $GA$ , essendo  $RG$  minore di  $BG$ ; onde ancora nel proseguimento, ha la resistenza minor ragione alla potenza col Cuneo più acuto, il quale può essere adoperato da forza minore, e fare il medesimo effetto.

Si riducono al Cuneo tutti gli strumenti, che si adoperano per fendere, e tagliare varie materie, Fig. 88. cioè i coltelli, le scuri, le asce, le piane, i rasoi, &c. e talvolta per farli più acuti si suole affilarli colla punta alquanto curva, come mostra il profilo  $FBG$  composto di due curve  $BG$ ,  $BF$  toccate dalla retta intermedia  $BA$  loro tangente, il quale  
an-

angolo  $FBG$  è minore di qualsivoglia angolo acuto rettilineo (per la. 16. del 3. degli Elem.) e però la punta  $FBG$ , ovvero il filo del rasoio  $BD$ , è più atto ad insinuarsi per radere il pelo, come bisogna, e così ancora le ugne di molti animali  
 Fig. 89. si vedono dalla natura composte con varie curve  $AB, FB, GB$ , le quali riescono molto pronte a penetrare i corpi degli altri animali, che vogliono essi attrappare.

### PROPOSIZIONE XXIII.

*Spiegare la ragione de' piani inclinati.*

Fig. 90. **S**imile al cuneo è il piano inclinato  $GB$ , elevato dall'orizzonte  $AB$  per l'angolo  $ABG$ , e siccome cacciando il taglio  $B$  d'una bietta, o cuneo  $GAB$  sotto il corpo  $E$ , posato nel pavimento  $BD$ , accanto al muro  $DH$ , si farebbe facilmente ascendere esso peso  $E$  sopra il piano  $BG$ , separandolo dal pavimento, cui stava congiunto colla propria pressione, e ciò più agevolmente si otterrebbe, quando fosse l'angolo  $ABG$  più acuto, così stando fermo il piano inclinato  $GB$  con maggiore facilità si farebbe salire sopra di esso il medesimo peso  $E$ , secondo che il detto angolo  $ABG$  farà minore. Si cerca dunque, in qual proporzione cresca il momento della forza, per muovere un dato peso sopra de' piani diversamente inclinati.

Fig. 91. Sia il grave  $KM$  rotondo, che stia per cadere secondo l'inclinato piano  $AB$ , ma sia trattenuto da una forza  $L$ , che lo tiri per la direzione  $KP$  direttamente contraria alla  $KF$  con cui scenderebbe

be, cioè parallela al piano  $AB$ : congiunta al contatto dal centro del corpo la retta  $KM$ , e condotta  $KD$  perpendicolare all'orizzonte, che è la direzione per cui la gravità dovrebbe per se stessa far discendere il corpo, si conduca  $MR$  parallela ad essa  $KD$ ; onde riuscirà il parallelogrammo  $KRMQ$ ; dunque la forza  $L$ , la quale ritira il corpo per la direzione  $KR$  sta alla gravità del peso, che lo spinge per la direzione  $KQ$ , come  $RK$  a  $KQ$ , ed alla pressione del corpo sopra il piano  $AB$ , ovvero alla resistenza di questo piano, che sostiene esso corpo, saranno le potenze  $L$   $K$  a detta pressione, come i lati  $RK$ ,  $KQ$  al semidiametro  $KM$  stando in equilibrio queste tre forze. Ed essendo  $RK$  eguale ad  $MQ$ , ed il triangolo  $MKQ$  simile al triangolo  $QBD$ , ed all'intero  $ABC$ , dunque la gravità assoluta del corpo  $K$  alla sua gravità relativa, che eserciterebbe nel piano per  $KF$ , che si eguaglia alla forza  $L$ , da cui è ritirata per la direzione contraria, stando come  $KQ$  a  $QM$ , starà come  $AB$  ad  $AC$ , essendo questi lati proporzionali a quelli; ed alla pressione, che fa sopra il piano, ovvero alla resistenza di esso piano, che eguaglia detta pressione, sta la medesima gravità assoluta come  $AB$  a  $BC$ , e però il momento di esso grave per il piano inclinato sta al momento totale, con cui scenderebbe nel perpendicolo, come reciprocamente la perpendicolare  $AC$  alla lunghezza  $AB$  di esso piano inclinato, ed il momento con cui esso corpo  $K$  si aggrava sopra il piano  $AB$ , al momento con cui esso corpo premerebbe un piano orizzontale; opposto alla sua perpendicolare caduta, è come la detta base  $BC$  alla medesima lunghezza del piano  $AB$ . Il che &c. Co-

## COROLLARI.

Fig. 92. I. Se il corpo  $A$  è collocato in varj piani  $BE, BD$ , che abbino la medesima altezza  $BI$ , il momento nel piano  $BE$  al momento nel piano  $BD$ , sarà reciprocamente come  $BD$  a  $BE$ , perchè il primo momento a quello che avrebbe nel perpendicolo, sta come  $BI$  a  $BE$ , ed il momento nel perpendicolo, al momento nel secondo piano  $BD$ , sta come  $BD$  a  $BI$ ; dunque per l'egualità perturbata il momento nel primo piano  $BE$  a quello nel secondo piano  $BD$  sta come  $BD$  a  $BE$ .

Fig. 93. II. Se in ambidue i piani  $BE, BD$  egualmente alti, si porranno due pesi  $C$  ed  $A$  proporzionali alle lunghezze di essi piani, averanno tutti due eguale momento in essi, di maniera che connettendosi con una funicella  $AFC$ , che passa per la carrucola  $F$ , staranno in equilibrio; imperocchè pongasi un grave  $H$  eguale all' altro  $A$  nel piano  $BE$ , essendo  $C$ , ed  $H$  nel medesimo piano, il momento di  $C$  a quello di  $H$  sta come  $C$  ad  $H$ , cioè come  $C$  ad  $A$ , oppure come  $BE$  a  $BD$ , ma ancora il momento di  $A$  nel piano  $DB$  a quello del peso eguale  $H$  nel piano  $BE$ , sta come  $BE$  a  $BD$ ; dunque il momento di  $C$  nel piano  $BE$ , eguaglia quello di  $A$  nel piano  $BD$ .

Fig. 94. III. Se i piani  $CE, CD$  sono eguali in lunghezza, condotte perpendicolari  $DG, EH$  sopra l'orizzonte, sarà il momento di un peso  $F$  nel piano  $CD$ , al momento d' un egual peso  $A$  nel piano  $EC$ , come l' altezza  $DG$  all' altezza  $EH$ ; perocchè il momento di  $F$  nel suo piano  $DC$ , al momento suo, o del peso eguale  $A$  nel perpendicolo, sta come  $GD$  a  $DC$ ,

a  $DC$ , ed il momento di  $A$  nel perpendicolo sta al momento del medesimo peso  $A$  nel piano  $EC$ , come  $EC$ , ovvero  $CD$  che gli è eguale, al perpendicolo  $EH$ , dunque il momento di  $F$  per  $CD$  al momento di  $A$  per  $EC$ , sta come  $DG$  ad  $EH$  per l'equalità ordinata.

IV. Data qualunque minima potenza  $P$ , e qualsivoglia gran peso  $A$ , si potrà da esso sollevare questo per mezzo di qualche piano, imperocchè se si fa un triangolo  $BDI$  di cui la lunghezza  $BD$  sia alla perpendicolare altezza  $BI$  nella stessa ragione, che ha il peso  $A$  alla potenze  $P$ , è manifesto potersi sostenere esso peso nel detto piano con tale potenza  $P$ ; onde se alquanto più s'inclinerà il piano  $BD$ , di manierachè la sua lunghezza, alla sua altezza sia in ragione alquanto maggiore di  $A$  a  $P$ , prevarrà la potenza  $P$  al peso  $A$ , e potrà sollevarlo per esso piano colla direzione  $AP$  parallela al medesimo. Fig. 95.

## CAPITOLO VI.

*Del Moto accelerato, e ritardato.*

### PROPOSIZIONE XXIV.

*Se un mobile sarà spinto da una forza continuamente applicata, la quale operi sempre nella stessa maniera, crescerà la di lui velocità nella stessa proporzione, in cui cresce il tempo del moto.*

*Chia-*

*Chiamasi questa sorte di movimento, moto uniformemente accelerato.*

Fig. 96. **S** Si rappresenti l'estensione del tempo colla retta  $AP$ , divisa in parti eguali quantosivoglia piccole  $AB, BC, CD$  &c. se la forza applicata al mobile nella prima particella di tempo  $AB$ , gli avrà impresso un tal piccolo grado di velocità rappresentato dall'ordinata  $BG$ , è manifesto, che se la detta forza quindi in poi cessasse di spingere il mobile, esso seguirebbe a muoversi equabilmente il resto del tempo colla velocità ricevuta, quando non gli fosse diminuita, o affatto estinta da causa veruna (per la supposiz. 3.); ma durando la forza motrice a spingere il mobile, bisognerà, che nella seguente particella di tempo  $BC$ , oltre la velocità  $CM$ , eguale a  $BG$ , mantentasi nel mobile, gli s'imprima un altro grado di velocità  $MH$ , eguale al primo  $BG$ , e però nel fine del tempo  $AC$  doppio di  $AB$ , avrà il mobile la velocità  $CH$  doppia della prima  $BG$ . Similmente se cessasse la forza motrice dopo il tempo  $AC$  di spingere il mobile, seguirebbe a muoversi equabilmente con essa velocità  $CH$ , ma seguitando essa forza a premerlo come prima, nel fine della terza particella di tempo  $CD$  alla velocità  $DN$ , mantenuta eguale a  $CH$ , gli si aggiungerà l'altro grado di velocità  $NI$ , eguale al primo  $BG$ ; onde nel fine del tempo  $AD$ , triplo di  $AB$ , avrà il mobile la velocità  $DI$  tripla della prima  $BG$ , e così di mano in mano seguitando la forza a spingere il mobile uniformemente, gli accrescerà la velocità nella stessa proporzione, in cui si aumenta il tempo

po del moto, dimanierachè quante volte sarà moltiplice il tempo  $AP$  della prima particola  $AB$ , altrettanto sarà moltiplice la velocità  $PZ$ , acquistata nel fine del tempo  $AP$ , della prima velocità  $BG$ , acquistata nel minimo tempo  $AB$ . Il che &c.

## COROLLARI.

I. I corpi gravi discendono con moto uniformemente accelerato nella suddetta maniera, supponendosi spinti da una forza di gravità costante, la quale sebbene si crede da molti non mantenersi eguale in qualunque distanza dal centro della terra, anzi variarsi in ragione reciproca de' quadrati delle distanze, tuttavolta essendo la superficie del globo terrestre distante dal suo centro per più di 360. miglia, quando si considera la discesa di un grave per l'altezza di 100. braccia, o ancora d'un miglio, non diventa sensibilmente minore la distanza del mobile da esso centro, e però non deve considerarsi la forza della gravità fatta disuguale, ma deve attendersi come forza costante; ed esponendo il tempo del moto per qualsivoglia retta  $AP$ , applicando ad essa un triangolo  $APZ$ , le velocità acquistate in varie parti de' tempi  $AD$ ,  $AF$ ,  $AP$  saranno come le ordinate  $DI$ ,  $FL$ ,  $PZ$  di esso triangolo.

II. Quando fossero due forze  $G$ ,  $F$  applicate a diversi mobili (come accade ne' gravi eguali, cadenti per varj piani inclinati, in cui avendo momenti diversi, spinti sono con diversa forza) le quali uniformemente gli spingono per i tempi  $AB$ ,  $DS$ , le velocità  $BC$ ,  $SU$  impresse nel fine di detti

Fig. 97.



ti tempi, faranno in ragione composta di quella delle forze, e di quella de' tempi, perchè fatti i triangoli  $ABC$ ,  $DSV$ , e presa  $DE$  eguale ad  $AB$ , ed ordinata  $EH$ , sarà la velocità  $BC$  alla  $EH$ , come la forza  $G$  alla forza  $F$ , perchè essendo gli effetti proporzionali alle loro cagioni, esse velocità risultanti da tali forze in tempi eguali  $AB$ ,  $DE$  faranno proporzionali a dette forze, ma la velocità  $HE$  alla  $SV$ , è poi come il tempo  $DE$ , ovvero  $AB$  al tempo  $DS$ , dunque la ragione della velocità  $CB$  alla velocità  $VS$ , essendo composta di  $CB$  ad  $HE$ , e di  $HE$  ad  $VS$ , sarà composta della ragione delle forze, e di quella de' tempi.

III. Se però le forze faranno reciproche de' tempi, cioè  $G$  ad  $F$ , come il tempo  $DI$  al tempo  $AB$ , le velocità  $CB$ ,  $IK$  quindi provenienti, faranno eguali, perchè  $CB$  ad  $HE$ , stando come  $G$  ad  $F$ , cioè come  $DI$  ad  $AB$ , ovvero a  $DE$  eguale ad  $AB$ , sta come  $IK$  ad  $HE$ , e però  $CB$  eguaglia  $IK$ .

### PROPOSIZIONE XXV.

*Rappresentandosi i tempi di due moti dalle rette*  
 Fig. 98.  $AT$ ,  $IH$ , cui siano applicate da una banda le rette  $AF$ ,  $EF$ ,  $TF$ , e le rette  $IG$ ,  $MG$ ,  $HG$  esprimenti le forze, che in tali tempi spingono il mobile, quando ancora fossero varie, e dall'altra banda le rette  $BV$ ,  $EV$ ,  $TV$ , e le rette  $RC$ ,  $MC$ ,  $HC$  rappresentanti le velocità in que' tempi acquistate da esso mobile (le quali figure  $AFFT$ ,  $IGGH$  si diranno piani delle forze, e le altre due  $AVVT$ ,  $ICCH$  piani delle velocità) sarà la velocità  $TV$   
 al-

*alla velocità HC, come il piano delle forze AF, FT al piano delle forze IG, GH.*

**D**ividansi essi tempi in egual numero di parti infinitamente piccole, come  $AB, BD, DE$ , nella prima figura, ed  $IR, RL, LM$  nella seconda, ed applicatevi le rette in ambi i piani, si tirino dagli estremi delle velocità le rette  $VN, VO$  parallele ad  $AT$ , e le rette  $CP, CQ$  parallele ad  $IH$ , essendo le velocità (per il Coroll. 2. della Prop. 24.) in ragione composta delle forze, e de' tempi, sarà  $BV$  ad  $RC$ , come il rettangolo  $FAB$  al rettangolo  $GIR$ , e parimente  $NV$  a  $PC$ , come il rettangolo  $FBD$  al rettangolo  $GRL$ , e similmente  $OV$  a  $QC$ , come il rettangolo  $FDE$  al rettangolo  $GLM$ , e così sempre; dunque la velocità  $TV$ , che è la somma di tutti gli antecedenti  $BV, NV, QV$ , e di quante differenze sono interrotte tra le velocità, che vanno accrescendo fino a  $TV$ , starà alla velocità  $HC$ , somma de' conseguenti  $RC, PC, QC$ , e di tutte l'altre differenze di velocità interposte fino alle velocità  $HC$ , come il piano delle forze  $AFFT$ , che è l'aggregato de' rettangoli antecedenti  $FAB, FBD, FDE$ , e di tutti gli altri inscritti, o circoscritti ad esso piano, al piano delle forze  $IGGH$ , che è l'aggregato de' conseguenti rettangoli  $GIR, GRL, GLM$ , e di tutti gli altri, che si inscriverebbero, o circoscriverebbero a detta figura, essendo ancora le prime  $BV, NV, QV$  proporzionali alle terze grandezze  $FAB, FBD, FDE$ , siccome ancora le seconde  $RC, PC, QC$  proporzionali alle quarte  $GIR, GRL, GLM$ , il che &c.

E

PRO-

## PROPOSIZIONE XXVI.

*Gli spazj TS, HL, fatti ne' tempi AT, IH, sono proporzionali a' piani delle loro velocità AVT, ICH.*

Fig. 99.

**D**ivisi gli spazj in egual numero di parti infinitamente piccole  $SO, OQ$ , e  $LK, KP$ , e determinandosi i tempi  $ET, DE$ , in cui sono scorsi que' spazj,  $SO, OQ$ , ed i tempi  $HM, MR$ , corrispondenti agli spazj  $KL, KP$ , questi spazj essendo in ragion composta de' tempi, e delle velocità, sarà  $SO$  ad  $LK$ , come il rettangolo  $ETV$  al rettangolo  $MHC$ , e così ancora  $OQ$  a  $PK$ , come i rettangoli  $DEV, RMC$ , ed essendo eguali  $OS, QO$ , faranno eguali i rettangoli  $ETV, DEV$ , come ancora l'egualità di  $LK, PK$  ci mostra eguali i rettangoli  $MHC, RMC$ ; dunque egualmente moltiplicati gli antecedenti, e gli conseguenti, starà tutto lo spazio  $TS$  allo spazio  $HL$ , come il piano delle velocità  $AVT$  all' altro  $ICH$ . Il che &c,

## COROLLARI.

I. Quindi se con l'ultimo grado della velocità  $TV$  nello stesso tempo  $AT$ , si farà lo spazio  $G$ , sarà  $TS$ , a  $G$ , come  $AVT$  al rettangolo circoscritto  $ATVM$ , le cui ordinate  $DM, EN$  eguali a  $TV$ , fanno il piano delle velocità costante esercitata nel moto equabile.

II. Ne' moti de' gravi cadenti appresso la superficie terrestre, essendo il piano delle velocità un triangolo, di cui è doppio il rettangolo circoscritto, sarà lo spazio di moto equabile, colla velocità

rà acquistata nel fine del tempo, fatto in tempo eguale, doppio dello spazio scorso nella caduta.

Fig. 100

III. Gli spazi fatti col moto accelerato da un grave cadente, faranno come i quadrati de' tempi scorsi, perchè lo spazio fatto nel tempo  $AD$ , allo spazio fatto nel tempo  $AT$ , è come il triangolo  $ADV$  al triangolo  $ATV$ , che sono i piani delle velocità acquistate dal mobile in detti tempi cadente: onde essendo tali triangoli come i quadrati de' lati omologhi  $AD$ ,  $AT$ , dunque gli spazi fatti in detti tempi, sono come i quadrati de' tempi medesimi.

IV. Onde diviso il tempo della caduta in quante si voglia eguali particelle, se nella prima il mobile discende un braccio, nel fine della seconda avrà scorre quattro braccia, nel fine della terza braccia nove, nel fine della quarta braccia sedici ec. così di mano in mano di maniera, che nelle parti eguali di tempo crescono gli spazi secondo la serie de' numeri dispari, perchè nel primo tempo avendo fatto uno spazio, nel secondo ne fa tre altri, nel terzo ne aggiunge cinque, nel quarto sette, e così oltre va proseguendo.

## PROPOSIZIONE XXVII.

*Se da i mobili  $AB$  col moto accelerato, si fanno dalla quiete gli spazi  $AC$ ,  $BC$  ambidue perpendicolari, o ambidue nel medesimo piano inclinato, posta  $CD$  media proporzionale fra gli due spazi scorsi, sarà il tempo dello spazio  $AC$  a quello dello spa-*

Fig. 101.

zio  $BC$ , come  $AC$  alla media  $CD$ , o come questa media all' estrema  $BC$ .

**I**mperciocchè lo spazio  $AC$  allo spazio  $BC$  è come il quadrato del tempo impiegato nel primo, al quadrato del tempo impiegato nel secondo ( per il Cor. 3. Prop. 26. ) ma essendo  $CD$  media proporzionale fra le due  $AC, BC$ , starà  $AC$  a  $BC$ , come il quadrato  $AC$ , a quello della media  $CD$ , o come questo quadrato  $CD$  al quadrato dell' estrema  $BC$ ; dunque i quadrati di  $AC$ , e di  $CD$ , ovvero di  $CD$ , e di  $BC$  sono come i quadrati de' tempi impiegati in detti spazj, e però i tempi sono come le dette linee  $AC$ , e  $CD$ , ovvero  $CD$  e  $BC$ . Il che &c.

#### COROLLARIO.

Ancora le velocità acquistate nel fine di tali spazj  $AC, BC$ , essendo proporzionali a i tempi ( per la Prop. 24. ) faranno come la prima  $AC$ , alla media  $CD$ , o come questa all' estrema  $BC$ .

#### PROPOSIZIONE XXVIII.

Fig. 102. Cominciando nello stesso istante due mobili da due punti diversi  $A, B$  a cadere per lo stesso perpendicolo, o per lo stesso piano inclinato verso l' Orizzonte  $CG$ , in cui seguitassero a muoversi colla velocità ottenuta da ciascuno nella loro caduta, converranno insieme nel punto  $E$ , dove l' orizzontale  $CE$  è doppia della  $DC$ , media proporzionale fra gli due spazj della loro discesa  $AC, BC$ .

**S**i congiunga  $DE$ , e condotta l' orizzontale  $BF$ , tirisi  $FG$  parallela ad  $AC$ . Siccome  $CE$  è doppia

pia della  $DC$ , così  $BF$ , ovvero  $CG$  sarà doppia della  $BD$ , e conseguentemente  $GE$  doppia di  $BC$ ; perchè adunque il tempo della caduta del mobile  $B$  per  $BC$  può esprimersi per la stessa  $BC$ , farà la media  $DC$  il tempo della caduta di  $AC$ : e perchè il mobile  $B$  colla sua velocità acquistata in  $C$ , scorrerebbe equabilmente nell'orizzonte la parte  $GE$ , doppia di  $BC$ , nello stesso tempo  $BC$  della sua caduta ( per il Coroll. 2. della Prop. 26. ) dunque nel tempo  $BD$ , scorrerebbe equabilmente lo spazio  $CG$  doppio di  $BD$ , onde nel moto equabile di tutta la  $CE$ , impiegherà il tempo  $DC$ , ovvero avendo impiegato nella caduta  $BC$  il tempo  $BC$ , e nello spazio orizzontale  $CG$  il tempo  $DB$ , nello stesso tempo  $DC$ , in cui cade il mobile  $A$  per la retta  $AC$ , il mobile  $B$  avrà fatto gli spazi  $BC$ , e  $CG$ , ed essendo  $CE$  a  $GB$ , come  $DC$  a  $BC$ , cioè come la velocità acquistata dal mobile  $A$ , a quella acquistata dal mobile  $B$  ( per il Cor. della preced. ) dunque nello stesso tempo  $BC$ , in cui il mobile  $B$  proseguirà lo spazio da  $G$  in  $E$ , ancora il mobile  $A$  si moverà equabilmente colla propria velocità da  $G$  in  $E$  ( per il Coroll. della Prop. 2. ) pertanto nel detto punto  $E$  gli due mobili giungeranno insieme. Il che &c.

## COROLLARI.

I. Nel cerchio  $BHC$  tirato il diametro verticale  $BC$ , e la tangente del vertice  $BA$ , indi condotta una retta  $AI$  parallela al diametro  $BC$ , e da' punti  $H, I$ , in cui sega l'arco, ordinate le rette  $HDF, IEG$ , che saranno eguali al doppio di  $AB$ , perchè il diametro le taglia per mezzo, e sono

Fig. 103.

le parti  $HD$ ,  $IE$ , eguali ad  $AB$ , dico che il mobile  $A$  cadendo per  $AH$ , e colla sua velocità acquistata proseguendo equabilmente il moto per  $HF$ , ovvero cadendo da  $A$  in  $I$ , e colla velocità ivi conceputa movendosi equabilmente per  $IG$ , si faranno nello stesso tempo, tanto gli due spazi  $AH$ ,  $HF$ , quanto gli due  $AI$ ,  $IG$ , essendo le dette orizzontali doppie di  $AB$ , la quale è la media proporzionale tra gli due spazi  $AH$ ,  $AI$ , per essere il quadrato della tangente  $AB$  eguale al rettangolo  $HAI$ .

Fig. 101. II. Posta la  $CE$  doppia dello spazio fatto per la caduta  $BC$ : se il mobile  $B$  colla velocità acquistata per lo spazio  $BC$ , si muoverà equabilmente per  $CE$ , si faranno questi due moti in tempo minore di quali si vogliano altri moti, fatti da un' altro mobile  $A$  per la caduta  $AC$  maggiore, o minore della  $BC$ , insieme col moto equabile per la stessa  $CE$  colla velocità acquistata nella caduta  $AC$  per la stessa linea  $BC$ , o perpendicolare, o inclinata all'orizzonte; imperocchè presa la media proporzionale  $DC$  fra le due cadute  $AC$ ,  $BC$ , essendo  $DC$  il tempo della caduta  $BC$  ed  $AC$ , quello della discesa  $AC$ , sarà pure  $DC$  il tempo del moto equabile, che deve farsi dal mobile  $B$ , per  $CE$  dupla di  $CB$ , dunque il tempo per le due rette  $BC$ ,  $CE$  sarà duplo di essa  $DC$ , ma il tempo del mobile  $A$  per  $CE$ , a quello del mobile  $B$  per lo stesso spazio  $CE$ , essendo reciproco delle loro velocità ( per il Coroll. 2. della Prop. 3. ) le quali sono proporzionali alle rette  $DC$ ,  $BC$ , sarà dunque il tempo del moto di  $A$  per  $CE$ , al tempo di  $B$  per la stessa  $CE$ , come  $BC$  a  $DC$ , dunque il tempo per  $AC$ , e per  $CE$  sarà espresso dalla somma delle due  $AC$ , e  $BC$ ,

e  $BC$ , le quali sono sempre maggiori del doppio della media  $CD$  ( per la Prop. 25. del 5. degli Elem.) dunque sarà più lungo il tempo per  $AC$ , e per  $CE$ , che per  $BC$ , e  $CE$ , onde questo è il minimo di qualunque altro.

## PROPOSIZIONE XXIX.

*Benchè suppongaſi dal Galileo, e dal Torricelli, Fig. 184. che il mobile caduta ſu l'orizzonte, poſſa muoverſi in eſſo colla velocità acquiſtata nel fine della caduta: ciò non deve ordinariamente ſuccedere, ma il mobile, o ſi riſletterà dal piano, o ſi fermerà in eſſo, cadendovi per la perpendicolare  $AB$ , oppure diſcendendo per un piano inclinato  $AC$ , vi proſeguirà equabilmente il moto con una velocità minore di quella ottenuta nel fine della diſceſa, a cui ſtarà in proporzione della  $BC$  alla  $CA$ .*

**I**mperochè cadendo perpendicolarmente una palla nel piano orizzontale, o ſi ribalza all' inſù ſe vi ha qualche forza elafiica, o ſi ferma nel piano della caduta, che colla ſua reſiſtenza totalmente ſi oppone alla velocità, con cui viene impreſſo, e perchè detta perpendicolare facendo angolo retto con qualſivoglia linea condotta dal punto  $B$  ſopra al piano orizzontale, non vi ha ragione alcuna, per cui il mobile debba ſeguirare a muoverſi più toſto per una parte, che per l' altra, eſſendo a tutte indifferente la ſua direzione. Ma cadendo il mobile per un piano inclinato  $AC$ , e tirata la perpendicolare  $AB$  ſopra l'orizzonte, compiuto il parallelogrammo  $ABCD$ , ſi vede che il moto  $AC$  è compoſto della velocità  $AB$  oppoſta al piano o-



rizzontale, e dell'altra  $BC$ , ovvero  $AD$  parallela all'orizzonte, onde con questa sola dovrà il mobile proseguire il viaggio equabilmente per la  $CE$ , rimanendo l'altra velocità  $AB$  elisa dalla resistenza del piano, sopra di cui il mobile è sostenuto; dunque la velocità, con cui può muoversi il mobile per l'orizzonte, non è tutta quella, che si è acquistata nel fine del moto accelerato per il piano  $AC$ , ma è minore di essa, stando alla medesima come il seno  $BC$  dell'angolo  $CAB$  al seno totale  $AC$ , che corrisponde all'angolo retto.

### COROLLARI.

Fig. 105. I. Discendendo due diversi mobili  $A, B$  da diversi punti nel medesimo piano, posta nell'orizzonte la  $CE$  doppia di  $CH$  intercetta fra il punto  $C$ , e la perpendicolare  $DH$  condotta dal punto  $D$ , termine della  $CD$ , media proporzionale fra gli due spazi  $AC, BC$ , converranno essi mobili  $A, B$ , dopo la loro caduta, proseguendo il moto sopra l'orizzonte, nel punto  $E$ ; imperocchè siccome gli tempi delle discese  $AC, BC$  sono come  $DC$  a  $BC$ , ancora le velocità ivi acquistare sono nella stessa ragione; ma condotta sull'orizzonte la perpendicolare  $BG$ , il mobile  $B$  in vece della velocità  $BC$ , impiegherà la velocità  $CG$  nel suo moto equabile, ed il mobile  $A$  in vece della  $DC$  impiegherà la velocità  $CH$ ; dunque siccome il mobile  $B$  nel tempo  $DC$ , farebbe colla velocità  $CB$  il doppio di essa  $CD$ , così nel medesimo tempo colla velocità  $GC$  dovrà fare la  $CE$  doppia di  $CH$ , per essere le velocità  $BC$ , e  $GC$  proporzionali agli spazi  $DC$ , e  $CH$ . Similmente il mobile  $A$ , sic-

co-

come nel tempo  $BC$  faceva colla propria velocità  $DC$  il doppio di essa  $CD$ , così colla velocità  $CH$  farà il doppio di  $CH$ , che è la stessa  $CE$ , dunque tanto la discesa  $BC$  col moto  $CE$  si fa ne' due tempi  $BC$ ,  $CD$ , quanto la discesa  $AC$  col moto  $CE$  si fa ne' due tempi  $CD$ , e  $BC$ ; dunque se tutti due i mobili nello stesso istante hanno principiato il loro moto da  $B$ , e da  $A$ , giungeranno nel medesimo tempo al punto  $E$ , dove insieme concorreranno.

II. Posta l'orizzontale  $CE$  doppia della  $CG$ , il Fig. 106.  
viaggio della caduta  $BC$  coll'orizzontale  $CE$ , si farà in minor tempo, che qualunque altra caduta  $AC$  maggiore, o minore, con lo stesso moto nell'orizzontale  $CE$ . Imperocchè se il tempo per  $AC$  è  $AC$ , ed il tempo per  $BC$  è la media  $DC$ , questo stesso servirebbe a fare colla velocità  $DC$  nell'orizzonte, il duplo di  $BC$ ; onde ancora colla velocità  $CG$  nello stesso tempo si farà la  $CE$  doppia di  $CG$ ; dunque il tempo del viaggio per  $BCE$  farà il duplo  $CD$ ; ma se il mobile  $B$  spende il tempo  $DC$  nel fare l'orizzonte  $CE$  colla velocità  $CG$ , il mobile  $A$  spenderà il tempo  $BC$  nel fare la stessa orizzontale colla velocità  $CH$ , dovendo essere i tempi reciprochi delle velocità, ed essendo  $DC$  a  $BC$  come  $CH$  a  $CG$ , dunque il tempo del viaggio  $ACE$ , farà la somma di  $AC$ , e di  $BC$ , che è maggiore del duplo della  $CD$ , e però si spenderà più tempo per  $AC$ , e per  $CE$ , che per  $BC$ , e  $CE$ .

III. Ancora passando il mobile  $A$  da un piano in- Fig. 107.  
clinato  $AC$ , in un altro inclinato  $CE$ , non vi passerà coll'istessa velocità  $AC$  guadagnata nella caduta-

duta, ma colla sola parte  $BC$ , che è alla  $AC$ , come il seno dell'angolo  $CAB$ , contenuto dal primo piano, e dal perpendicolo  $AB$ , tirato sopra il secondo piano, al seno totale corrispondente all'angolo retto; e se dovesse passare in un altro piano  $Ce$ , il quale fa un angolo più acuto col primo  $AC$ , passerebbe il mobile  $A$  sopra di esso con velocità alquanto maggiore, perchè tirata l'altra perpendicolare  $Ab$  sopra quest'altro piano, il seno  $Cb$  è maggiore del seno  $CB$ : onde quanto più acuto è l'angolo  $ACB$ , più si accosta la velocità, con cui deve passare nel secondo piano il mobile, alla velocità da esso acquistata per la caduta  $AC$ .

Fig. 108. IV. Onde facendosi l'angolo  $ACB$ , ovvero  $DCG$  infinitamente piccolo, cioè minore di qualunque angolo acuto rettilineo, come è quello fatto dalla tangente  $AC$  con una curva  $BCG$ , e questa pure essendo toccata dall'orizzontale  $FE$  per l'angolo infinitamente piccolo  $FGB$ , potrà il mobile ripassare dalla retta  $AC$  nella curva  $CG$  colla stessa velocità acquistata in  $C$ , e quindi da essa curva prolungherà il moto per l'orizzontale  $FE$  colla velocità concepita nel fine delle discese  $AC$ ,  $CG$  come ora supposto dagli antichi Geometri.

### PROPOSIZIONE XXX.

Tavola  
XIII.

Fig. 109.

*Il tempo della caduta nel perpendicolo  $AB$  sta al tempo per l'inclinato piano egualmente alto  $AD$ , come  $AB$  ad  $AD$ .*

**S**upponga, che nello stesso tempo in cui si fa l'inclinato piano  $AD$  si facesse nel perpendicolo la lunghezza  $AC$ ; starà dunque  $AC$  alla  $AD$ ,

co-

come la velocità conceputa in  $C$  alla velocità conceputa in  $D$ , perchè con tali velocità farebbe nello stesso tempo il duplo di  $AC$ , ed il duplo  $AD$  con moto equabile; ma la velocità in  $C$  alla velocità in  $D$  acquistate nello stesso tempo, quella dalla gravità nel perpendicolo, questa dalla gravità nel piano inclinato, starebbe come la prima forza alla seconda, cioè come  $AD$  ad  $AB$ , però se il tempo per  $AB$  sia espresso dalla medesima  $AB$ , sarà il tempo per  $AC$  espresso dalla  $AD$  media proporzionale fra le due  $AB$ ,  $AC$ ; ma il tempo per  $AC$  si suppone lo stesso, che il tempo per  $AD$ ; dunque la medesima  $AD$  espone il tempo per  $AD$ , e però i tempi per la perpendicolare  $AB$ , e per l'inclinato piano  $AD$  egualmente alto, stanno come la lunghezza del perpendicolo alla lunghezza del piano.

## COROLLARI.

I. Se faranno due piani  $AE$ ,  $AD$  diversamente inclinati all'orizzonte, di eguale altezza, saranno i tempi per la caduta di essi proporzionali a' medesimi piani, perchè il tempo per  $AD$  essendo a quello per  $AB$ , come la stessa  $AD$  alla  $AB$ , e questo tempo per  $AB$  essendo al tempo per  $AE$ , come  $AB$  ad  $AE$ ; dunque per l'egual proporzione il tempo per  $AD$  a quello per  $AE$  sta come  $AD$  ad  $AE$ . Fig. 109.

II. Perchè tutto il tempo per  $AD$  stà a tutto Fig. 109.  
quello per  $AE$ , come  $AD$  ad  $AE$ , e tirata la  $GF$  orizzontale, starebbe ancora come  $AF$  ad  $AG$ , o come il tempo per  $AF$  al tempo per  $AG$ , ancora il tempo per la residua  $FD$  dopo la caduta  $AF$ , stà al tempo della residua  $GE$  dopo la caduta  $AG$ .

$AG$  nella stessa proporzione di  $AD$  ad  $AE$ , ovvero di  $FD$  a  $GE$ .

Fig. 110. III. Avendo supposto il tempo per  $AD$ , nella costruzione, eguale al tempo per la perpendicolare  $AC$ , congiunta  $DC$  sarà il triangolo  $CAD$  simile all' altro  $BAD$ , avendo intorno allo stesso angolo  $A$ , i lati  $CA$ ,  $AD$  ed  $AD$ ,  $AB$  proporzionali; però l'angolo  $ADC$  sarà eguale al retto  $ABD$ , ed il semicircolo descritto sopra il diametro  $AC$  dovrà passare pel punto  $D$ ; onde i tempi per tutte le corde inscritte nel semicircolo dal punto sublime  $A$  come  $AD$ ,  $AE$  sono eguali al tempo per lo diametro  $AC$ , essendo ancora  $AC$  ad  $AE$  come  $AE$  alla sua perpendicolare  $AF$ , ed ancora le corde  $CE$ ,  $CD$  si passerebbero in egual tempo, perchè compiuti i rettangoli  $ADCH$ ,  $AECG$ , le rette  $CE$ ,  $CD$  saranno eguali all' opposte  $GA$ ,  $AH$ , ed egualmente inclinate, e però in egual tempo con esse dovrebbero scorrersi.

IV. Gli gradi di velocità acquistati dalla stessa altezza in  $D$ , e in  $B$  sono eguali, perchè essendo gli spazi  $AD$ ,  $AB$  proporzionali a' tempi, con cui sono scorsi acceleratamente, e con cui potrebbero passarli equabilmente i doppi di essi con le ultime velocità, bisogna che tali velocità siano eguali,

Fig. 111. V. Se dall' istesso parete verticale  $DF$  s' inclinano varj piani allo stesso punto  $A$  del pavimento orizzontale  $AF$ , quello per cui possa un grave scorrere in minor tempo d' altro, sarà il piano  $BA$  inclinato ad angoli semiretti col muro, e col pavimento, perchè tirata l'orizzontale  $BC$ , e la verticale  $AC$ , saranno queste eguali, facendo l'angolo semiretto, l' una, e l' altra col piano  $BA$ ; dun-

dunque il cerchio descritto col raggio  $CA$  passa per  $B$ , ove sarà toccato dal muro, onde inclinato qualunque altro piano  $AD$  segnerà la circonferenza in  $E$ , e però il tempo per  $DA$  essendo maggiore di quello per la corda  $EA$ , il qual tempo è il medesimo colla corda  $BA$ , ne segue, che il piano  $BA$  si scorre in minor tempo di qualunque altro.

VI. Ma essendo un punto  $A$  fuori del piano  $DF$  Fig. 112. inclinato all'orizzonte, condotta in esso la perpendicolare  $AF$ , e la verticale  $AD$ , se si dividerà l'angolo  $FAD$  per mezzo colla retta  $AB$ , sarà il tempo per  $AB$ , o per  $BA$ , più breve del tempo per qualsivoglia altro inclinato del medesimo punto  $A$ , allo stesso piano  $FD$ , perchè tirata  $BC$  parallela ad  $AF$ , è però perpendicolare anch'essa al piano  $FD$ , sarà l'angolo  $CAB$  eguale all'angolo  $CBA$ , che pareggia l'alterno  $BAF$ ; onde il cerchio descritto col centro  $C$  per  $A$ , passerà per  $B$ , ed ivi toccherà il piano  $DF$ ; onde qualunque altro piano condotto dal punto  $A$  sopra  $FD$  dovrà passarli in maggior tempo che il piano  $AB$ , perchè segnerà l'arco, e sarà maggiore della corda intercetta da esso semicircolo.

## PROPOSIZIONE XXXI.

*Se la forza  $F$  muove nel tempo  $CD$ , il mobile* Fig. 113.  
 *$B$ , e in egual tempo  $HL$  il mobile  $A$ , con moto accelerato, la velocità  $DG$  impressa al primo, alla velocità  $LM$  impressa nel secondo, starà reciprocamente come la quantità di materia, che è nel mobile  $A$  a quella, che è raccolta nel mobile  $B$ .*

Im-

**I**mperocchè in qualunque minima particella eguale di tempo  $CE$ ,  $HI$  la stessa forza operando con tutta la sua energia, dovrà produrre un effetto eguale, onde risulterà un eguale momento in ambidue i detti mobili, e però dovrà essere il grado iniziale di velocità  $ER$  impresso nel mobile  $B$ , al grado iniziale di velocità  $IK$  imposto nel mobile  $A$ , come reciprocamente la quantità di materia, che è in  $A$  a quella di  $B$ , perchè così i momenti saranno eguali; essendo dunque i gradi primi, ed elementari delle velocità  $ER$ ,  $IK$  reciprochi alle quantità di materia de' mobili  $A$ ,  $B$ , è manifesto, che ancora i loro egualmente moltiplici  $DG$ ,  $LM$  impressi ne' mobili medesimi sul fine de' tempi eguali  $CD$ ,  $HL$  faranno reciprochi alle masse de' mobili  $A$ ,  $B$ , cioè alle quantità delle loro materie. Il che &c.

#### C O R O L L A R I.

I. Se due forze  $F$ ,  $N$  proporzionali alle masse de' mobili  $B$ ,  $A$ , nel fine di eguali tempi  $CD$ ,  $HL$  gli averanno impresso le velocità  $DP$ ,  $LM$ , queste saranno eguali; imperocchè se la forza  $N$  spinto avesse nel tempo  $CD$  il mobile  $B$ , gli avrebbe impressa la velocità  $DG$ , che sarebbe all'altra  $DP$ , come la forza  $N$  alla forza  $F$ , cioè come la massa di  $A$  a quella di  $B$ , ma secondo questa proposizione, essendo mossi dalla stessa forza  $N$  i mobili  $B$ ,  $A$ , ne' tempi eguali  $CD$ ,  $HL$ , le velocità loro impresso  $DG$ ,  $LM$  sono nella reciproca proporzione della massa di  $A$  a quella di  $B$ , cioè come  $DG$  a  $DP$ ; dunque  $LM$ ,  $DP$  sono velocità eguali.

II. Ef-

II. Essendo dunque le forze della gravità in varj mobili proporzionali alle loro masse, cioè alle quantità di materia contenute in esse, come un pezzo di pietra maggiore, ed uno minore della stessa specie, o ancora due corpi di specie diversa, uno di ferro, e uno di marmo, avendo la gravità proporzionale alle quantità di materia in essi contenute, dovranno in qualunque istante della sua discesa ricevere eguali gradi di velocità; onde in egual tempo caderebbero dalla stessa altezza nel voto, ed anche si vede, che ogni sorte di corpo cade per l'aria quasi colla stessa velocità, se non in quanto vi si osserva qualche piccolo divario per la maggior resistenza, che in questo mezzo incontrano i corpi più leggieri, sì per aver maggiore superficie de' più gravi a proporzione del loro peso, e sì ancora, perchè i più leggieri perdono maggior parte della sua gravità, che i più gravi, come per esempio se un corpo ha un peso cento volte maggiore di quello dell'aria, in pari mole si diminuisce la sua gravità dentro l'aria per un centesimo, e se un corpo più leggiero fosse solamente dieci volte più pesante dell'aria in pari mole, si diminuisce la sua gravità per una decima parte, la quale però è maggiore della centesima perduta dall'altro corpo più grave.

III. La velocità, che acquista un corpo in un dato tempo discendendo per qualche fluido, alla velocità, che nel medesimo tempo si sarebbe da esso acquistata, o da qualunque altro mobile nel voto, sarà come il suo peso comparativo (cioè l'eccesso del proprio peso, sopra quello del fluido in pari mole) al suo peso assoluto; imperocchè



chè se il mobile avesse solamente tanto peso, quanto in egual mole ha il fluido, si equilibrerebbe con esso in qualunque sito senza discendere, onde se il mobile discende per esso fluido vi è spinto solamente dal peso comparativo, cioè da quello che ha di più del fluido in pari mole, ma nel voto sarebbe spinto in giù da tutto il suo peso assoluto, e però le velocità in egual tempo acquistate nel fluido, e nel voto dallo stesso mobile sono proporzionali a tali forze, cioè come il peso comparativo al peso assoluto.

IV. essendo la velocità in un dato tempo acquistata dal mobile cadente in un fluido a quella, che nello stesso tempo avrebbe concepita nel voto, come il peso comparativo al suo peso assoluto, e questa velocità acquistata nel voto a quella, che nel medesimo tempo cadendo per un altro fluido si acquisterebbe, come lo stesso peso assoluto a quest' altro peso comparativo; ne segue, che le velocità acquistate in diversi fluidi nel medesimo tempo sono proporzionali a' pesi comparativi di esso mobile paragonato a tali fluidi; per esempio pesando un mobile grani 1200. eguali in mole ad un aria pesante un grano solo, ed all' acqua, che pesi mille grani, sarà il peso comparativo del mobile nell' aria grani 1199. ed il peso comparativo dell' aria grani 200. onde la velocità acquistata in uno stesso tempo dal mobile nell' aria, e nell' acqua sarà in ragione di 1199. a 200.

V. Le velocità poi acquistate da due diversi mobili, in diversi fluidi nel medesimo tempo saranno in ragione composta della diretta de' loro pesi comparativi, e della reciproca de' loro pesi assoluti; per-

perchè la velocità del primo mobile nel primo fluido alla velocità, che acquisterebbe nel medesimo tempo nel voto, è come il suo peso comparativo al suo peso assoluto, e la velocità eguale, che acquisterebbe il secondo mobile nel voto, a quella che acquisterà nello stesso tempo dentro il secondo fluido, farà come il peso assoluto del secondo mobile al suo peso comparativo, dunque la velocità acquistata dal primo mobile nel primo fluido, a quella acquistata dal secondo mobile nell'altro fluido, è in ragione composta del peso comparativo del primo mobile al suo peso assoluto, e dell'altro peso assoluto del secondo mobile al di lui peso comparativo, cioè come il prodotto del peso comparativo del primo e dell'assoluto del secondo, al prodotto del peso comparativo del secondo mobile nel peso assoluto del primo, il che importa la ragione composta della diretta de' pesi comparativi, e della reciproca degli assoluti.

## PROPOSIZIONE XXXII.

*Allo spazio AH del moto accelerato siano ordinate le rette AF, SG, HP rappresentanti le forze che in tali punti spingono il mobile, e dall'altra banda siano ordinate le rette SC, HV rappresentanti le velocità acquistate in quelle discese AS, AH: (si dirà lo spazio AFPH la scala delle forze, e lo spazio ACVH la scala delle velocità) tirate le rette CE, VI perpendicolari alla curva. ACV saranno le rette subnormali SE, HI, cioè le intercette nell'asse fra qualunque ordina-*

Fig. 114.

ta, e la perpendicolare alla curva, proporzionali alle forze corrispondenti  $SG$ ,  $HP$ .

**S**I piglino le parti dell'asse  $BS$ ,  $DH$  scorse in eguali particelle di tempo infinitamente piccolo, e si ordinino le  $BN$ ,  $DM$  alla detta scala delle velocità, le quali saranno infinitamente prossime alle ordinate  $SC$ ,  $HU$ , sicchè i punti  $N$ ,  $M$  della curva saranno come a ridosso alle tangenti de' punti  $C$ ,  $V$ , e tirate le parallele all'asse  $NQ$ ,  $MR$ , le particelle delle ordinate  $QC$ ,  $RV$  mostreranno gli aumenti momentanei di velocità, che acquista il mobile in dette eguali particelle di tempo, e però faranno come le forze corrispondenti  $SG$ ,  $HP$ . Ma essendo  $QC$  a  $QN$ , come  $ES$  ad  $SC$ , per la similitudine de' triangoli  $NQC$ ,  $CSE$ , e lo spazio  $QN$  essendo ad  $MR$ , come  $BS$  a  $DH$  fatti in tempi eguali, e però come le velocità  $SC$ ,  $HV$ , e finalmente essendo  $MR$  ed  $RV$ , come  $HV$  ad  $HI$ , dunque per l'egualità ordinata, sarà  $QC$  ad  $RV$ , come  $SE$  ad  $HI$ , e però essendo la prima alla seconda, come la forza  $GS$  alla forza  $PH$ , starà ancora la terza alla quarta nella stessa ragione delle forze, come dovea dimostrarsi.

### COROLLARI,

Fig. 114. I. Dunque per rappresentare le forze, si possono applicare allo spazio  $ASH$  in ciascuno de' punti  $SH$  le rette  $SG$ ,  $HP$ , eguali rispettivamente alle subnormali  $SE$ ,  $HI$ , che loro corrispondono nella scala delle velocità  $ACVH$ .

II. Gli spazi della scala delle forze  $AFGS$ ,  $APPH$ , sono come i quadrati delle velocità corrispondenti.

rispondenti  $SC, HV$ , essendo stato dimostrato nel Coroll. 6. Prop. 1. della seconda Appendice delle nostre quadrature, che lo spazio  $FASG$  composto delle subnormali, eguaglia la metà del quadrato dell'ordinata  $SC$ , siccome lo spazio  $AFPH$  eguaglia la metà del quadrato dell'ordinata corrispondente  $HV$ .

Fig. 115.

III. Nel moto accelerato della gravità costante, essendo gli spazj come i quadrati delle velocità, e però la scala delle velocità  $ACVH$  essendo una parabola, in cui le abscisse  $AS, AH$  sono come i quadrati delle ordinate  $SC, HV$ , le subnormali  $SE, HI$  sono sempre eguali alla metà del lato retto, e però la scala delle forze è un parallelogrammo  $AFPH$ , essendo da per tutto esse forze eguali.

IV. Se le forze  $AF, SG, HP$  fossero proporzionali alle distanze  $AT, ST, HT$  dal centro, o dal termine del moto  $T$ , come da alcuni Autori si crede essere la gravità, farà la scala delle forze  $AFT$  un triangolo, e la scala delle velocità un quarto di cerchio  $ACXT$ , perchè essendo il raggio  $TC$  perpendicolare alla circonferenza, la stessa  $TS$  è subnormale, e similmente essendo il raggio  $TV$  perpendicolare alla medesima circonferenza, la retta  $TH$  è subnormale, e però sono  $ST, HT$  proporzionali alle forze  $SG, HP$ .

Fig. 116.

V. E se le forze fossero in reciproca ragione delle distanze, la scala delle forze sarebbe una Iperbola d'Apollonio  $FGP$  fra gli Assintoti  $AT, TZ$ , per essere in essa  $GS$  a  $PH$ , come reciprocamente la distanza  $HT$  alla distanza  $TS$ , ed allora la scala delle velocità  $ACV$ , sarebbe una Logistica del

Fig. 117.

secondo grado in cui i quadrati delle ordinate  $SC$ ,  $HV$  sono come la ragione di  $AT$  a  $CN$ , alla ragione di  $AT$  ad  $VM$ , di manierachè le velocità  $SC$ ,  $HV$  sono in subduplicata ragione de' Logaritmi delle distanze  $ST$ ,  $HT$ , come raccogliessi da ciò che ho detto nella proposizione 10. del mio libro degl' infiniti.

Fig. 117. VI. Ma se le forze sono reciproche de' quadrati delle distanze, come vien supposto verisimilmente da molti Filosofi e Mattematici, sarebbe la scala di esse  $FGP$  un' Iperbola quadratica, essendo  $GS$  a  $PH$  come il quadrato  $TH$  al quadrato  $TS$ ; e la scala delle velocità sarebbe la versiera  $ACVX$  da me descritta nel libro delle quadrature (prop. 4.) di manierachè le velocità  $SC$ ,  $HV$  faranno in ragione composta della subduplicata degli spazj scorsi direttamente  $AS$ ,  $AH$ , e della subduplicata delle distanze reciproche  $TH$ ,  $TS$ .

### PROPOSIZIONE XXXIII.

Fig. 118. Se si farà una figura  $AZLMT$  reciproca della scala delle velocità  $ACVT$ , sarà l' area  $AZMT$  a qualsivoglia sua porzione  $AZLH$ , come il tempo impiegato nello scorrere lo spazio  $AT$ , al tempo impiegato nello spazio  $AH$  corrispondente all' altra porzione.

Imperocchè prese due parti  $HI$ ,  $TE$  dello spazio, fra di loro eguali, ma infinitamente piccole, sarà il tempo per  $ET$  al tempo per  $IH$ , come reciprocamente la velocità  $HC$  alla velocità  $TV$ ; ma si suppone essere ancora  $TM$  ad  $HL$  come reciprocamente  $HG$  a  $TV$ , dunque il tempo

po per lo spazietto  $ET$  al tempo per l'altro  $IH$ , sta come  $TM$  ad  $HL$ , o come il rettangolo  $MTEX$  all'altro egualmente alto  $LHIY$ , e così sempre; dunque il tempo per tutta la  $AT$  composto di tante particelle di tempo, quante sono le parti eguali ad  $ET$  nello spazio  $AT$ , sta al tempo per la porzione  $AH$ , che similmente è l'aggregato di tutte quelle particelle di tempo, che si ricercano per passare tutte le parti eguali ad  $HI$ , come l'area  $AZMT$  composta di tutti i rettangoli infinitamente piccoli  $MTEX$ , all'area  $AZLH$  composta di tutti i rettangoli  $LHIY$ . Il che &c.

## COROLLARI.

I. Se la scala delle velocità è una Parabola Fig. 118.  $ACVT$ , come nell'Ipotesi della gravità costante, farà la sua reciproca  $AZMT$  un'Iperbola quadratica, in cui il quadrato  $MT$  al quadrato  $LH$ , sta come  $AH$  ad  $AT$ , essendo questa la ragione del quadrato  $HC$  al quadrato  $TV$  nella Parabola: ed è l'area  $AZMT$  dupla del rettangolo  $ATM$ , siccome l'area  $AZLH$  è dupla del rettangolo  $AHL$ , come dimostrarai negli Ugeniani (Cap. 8. num. 11), dunque il tempo per  $AT$  al tempo per  $AH$ , è come il rettangolo  $MTA$  al rettangolo  $LHA$ , cioè in ragione composta di  $MT$  ad  $LH$ , oppure di  $HC$  a  $TV$ , e di  $TA$  ad  $AH$ , cioè del quadrato  $TV$  al quadrato  $HC$ , le quali due ragioni fanno quella di  $TV$  ad  $HC$ , e però in tale Ipotesi la scala de' tempi è la medesima Parabola, che serve di scala alle velocità.

II. Ma nell'Ipotesi delle forze proporzionali al- Fig. 119.  
le distanze dal termine  $T$ , essendo la scala delle

velocità un quarto di circolo  $ATX$ , la sua figura reciproca  $TMLZA$  (per il Coroll. 5. della prima appendice delle quadrature) sarà la stessa con quella figura ivi considerata nel Cor. 3. la di cui area  $ATMZ$  è dupla del quadrante, e qualunque porzione  $AZLH$  è dupla del settore corrispondente  $ATV$ , come ivi ho dimostrato; onde il tempo per tutta la  $AT$  al tempo per la parte  $AH$ , è come il quadrante  $ATX$  al settore  $ATU$ , cioè come l'arco  $AX$  all'arco  $AV$ , onde in questa ipotesi gli spazj scorsi  $AS$ ,  $AH$  sono i seni versii, le velocità  $SC$ ,  $HV$  i seni retti, le forze come i seni del complemento  $CR$ ,  $VN$  eguali alle distanze  $ST$ ,  $HT$ , ed i tempi sono come gli archi circolari  $AC$ ,  $AV$ .

III. Ma se le forze fossero reciprocamente proporzionali alle distanze dal termine  $T$ , essendo allora la scala delle velocità una Logistica del secondo grado  $ACVXT$ , sarebbe il tempo per  $AS$  al tempo per  $AH$ , come l'area  $ACNT$  all'area  $AVMT$ , perchè la tangente presa nell'asintoto è reciproca delle ordinate in questa curva, come ho dimostrato (nel Cap. 2. Prop. 16. degli infiniti) onde la figura reciproca alla scala delle velocità, sarebbe correlativa ad essa, e però eguale alle porzioni sopradette della stessa figura, come dimostro nel capo ottavo degli Ugeniani al num. 2.

IV. Che se si suppongono le forze reciprocamente proporzionali a' quadrati delle distanze, essendo la scala delle velocità la versiera  $ACUZ$ , prese due parti eguali da ambi i termini del diametro  $AS$ ,  $TH$ , ed ordinare le rette  $SC$ ,  $HV$  sarà il tempo per  $AT$  al tempo per  $AS$ , come l'area

rea

tea  $ACZT$  all'area  $HVZT$ , tagliata dall'altra ordinata, cioè come il quadruplo del semicircolo generatore  $AMT$ , al quadruplo del segmento misto  $TMA$ , ovvero  $AOT$ , onde il tempo per  $AS$  al tempo per  $AH$ , sarà come il segmento misto  $AOT$  all'altro misto segmento  $AMT$ , oppure come la somma dell'arco  $AO$ , e del seno  $OS$  alla somma dell'arco  $AM$ , e del seno  $MH$ , il che ci dimostra, che in questa Ipotesi la scala del tempo sarà la Cieloide  $AFBDT$ , in cui qualunque ordinata  $SF$  uguaglia la somma dell'arco  $AO$ , e del seno  $OS$ , e qualunque altra ordinata  $HB$  è eguale all'arco  $AM$ , ed al seno  $HM$ .

## PROPOSIZIONE XXXIV.

*Se un mobile A a cui sia impressa una velocità LA, Fig. 121.  
si manda in su per una direzione AC, la quale, o sia  
perpendicolare all'Orizzonte, o sopra un piano in-  
clinato che regga il detto mobile, ne succede il mo-  
to ritardato, di cui si verificano tutte le proprietà  
già dimostrate del moto accelerato, ma con ordine  
inverso, cioè principando dal termine del moto.*

**E** sprima  $AP$  l'estensione del tempo, e suppon-  
gasi, che il grave  $A$  nel tempo  $AH$ , doves-  
se cadendo acquistarsi la velocità  $HK$  eguale all'  
impressa  $LA$ , e compiuto il rettangolo  $AHKL$ , e  
tirato il diametro  $AK$ , farebbe il triangolo  $AHK$   
il piano della velocità del moto accelerato nella  
caduta del tempo  $AH$ ; dunque il mobile  $A$  spin-  
to all'insù colla velocità  $LA$ , se non fosse grave  
si alzerebbe con moto equabile, col piano di ve-  
locità  $AHKL$ , ma essendo grave, l'azione della



gravità, che gli contrasta in tutto il tempo della salita, gl'imprime ne' tempi  $AG, AT$  le velocità  $GN, TX$  direttamente contrarie alla velocità impressa, e però in detti tempi  $AT, AG$  in vece di ritenere tutta la velocità  $LA$  eguale alle ordinate  $GM, TV$  del rettangolo, gli rimarranno solamente gli eccessi  $MN, VX$  di quella sua velocità sopra i gradi  $GN, TX$ , che all'opposto gli vengono impressi; e finalmente nel tempo  $AH$  non gli rimarrà velocità alcuna per salire, essendo tutta ribattuta dalla velocità  $HK$  eguale alla detta  $LA$ , onde nel momento  $H$  finirà la salita del mobile, e quindi in poi comincerà a discendere, perchè la velocità  $PZ$  impressagli dalla gravità nel tempo  $AP$ , supera la velocità  $PQ$  eguale ad  $LA$  impressagli dal proiciente; onde con l'eccesso  $QZ$  si respinge abbasso, e similmente nel tempo  $AR$  con l'eccesso  $ST$ ; onde si va accelerando nel cadere per il tempo  $KS$ , eguale ad  $HR$ , secondo il piano delle velocità  $KST$ .

I. Onde primieramente è chiaro, che nella salita di questo moto ritardato il piano delle velocità è il triangolo  $ALK$ , perchè ne' tempi  $LM, LV$  eguali a' tempi  $AG, AT$  esercita le velocità  $MN, VX$ , siccome viceversa il piano delle velocità nel discendere, è l'altro triangolo  $KST$ .

II. Secondo: che lo spazio  $AB$ , a cui può salire un projecto, è la metà dello spazio  $AC$ , che farebbe con moto equabile, se non fusse grave, nel tempo della salita  $AH$ , perchè gli spazi sono come i piani delle velocità, e però come il triangolo  $ALK$  al rettangolo  $ALKH$ ; il quale farebbe il piano del moto equabile.

III. Terzo: che lo spazio  $AB$  a cui può salire il progetto, è lo stesso che quello per cui cadendo naturalmente nel medesimo tempo  $AH$ , si farebbe acquistata la velocità  $HK$ , eguale all'imprefsa  $LA$ , onde vicendevolmente qualunque grave cadendo per uno spazio  $BA$  si acquista la stessa velocità, con cui se fosse per la stessa direzione rimesso in alto, ritornerebbe alla medesima altezza nello stesso tempo.

IV. Quarto: che siccome gli spazj fatti cadendo, sono in duplicata ragione de' tempi scorsi dal principio del moto  $AG$ ,  $AT$ ,  $AH$ , viceversa gli spazj che restano a scorrersi nel salire, sono in duplicata ragione de' tempi computati, dal fine del moto  $HA$ ,  $HG$ ,  $HT$ , mentre que' primi corrispondono a' triangoli  $ANG$ ,  $ATX$ ,  $AHK$ , e questi ultimi spazj del moto ritardato corrispondono a' triangoli  $ALK$ ,  $NMK$ ,  $XVK$ .

V. Quinto: che gli spazj fatti in tempi eguali, siccome nella caduta sono nella progressione de' numeri dispari 1. 3. 5. 7. &c. computati dal principio del moto, così nella salita sono nella stessa progressione, computandogli dal fine di essa salita.

VI. Sesto: la scala delle velocità del moto ritardato è la stessa Parabola  $EFAH$ , che serve pel moto accelerato, ma però principiando non dal vertice  $E$ , ma dalla base  $AH$ , e quindi andando verso la cima.

VII. Settimo: la scala de' tempi nel moto ritardato è il trilineo Parabolico  $AFEB$ , quando nel moto accelerato è la medesima Parabola  $AEH$ , essendo i tempi proporzionali alle velocità; Imperocchè essendo il quadrato  $AH$  al quadrato  $FQ$ ,

come il triangolo  $ALK$ , al triangolo simile  $NMK$ , o come  $HE$  ad  $BO$ , sarà per conversione di ragione il triangolo  $ALK$  al trapezio  $ALNM$  (che sono i piani delle velocità corrispondenti a i tempi della salita  $LK$ ,  $LM$ , ovvero  $BE$ ,  $DF$ ) così  $EH$  ad  $OH$ , cioè lo spazio  $BA$  allo spazio  $AD$ , i quali sono fatti ne' tempi  $BE$ ,  $DF$ , eguali ad  $LK$ ,  $LM$ , e però  $A FEB$  è la scala de' tempi.

## CAPITOLO VII.

*Del Moto composto dell' equabile,  
e dell' accelerato.*

### PROPOSIZIONE XXXV.

Tavola  
XIV.  
Fig. 122.  
123. *Movendosi il mobile A con moto composto dell' equabile secondo la direzione AD, con tale velocità, quale si farebbe acquistata cadendo dall' altezza SA, e del moto accelerato secondo la direzione de' gravi AG, descriverà una Parabola ACB, le cui ordinate FC, GB sieno parallele alla direzione AD, ed il cui diametro sarà la direzione de' gravi AG, ed il lato retto sarà quadruplo dell' altezza SA, la quale si chiamerà sublimità della Parabola.*

**I**ntendasi un cannello  $AG$  elevato perpendicolarmente all' orizzonte, il quale sia mosso equabilmente per la direzione  $AD$  colla velocità medesima, che può prodursi dalla caduta  $SA$  di un grave, e si mantenga il cannello sempre equidistante a se stesso, ma nel medesimo tempo si  
lasci

lasci cadere la palla  $A$  dentro al cannello ; Quando adunque il cannello sarà nel sito  $EH$ , sia discesa la palla dentro il medesimo per lo spazio  $EC$ , e quando giugnerà il cannello in  $DB$ , abbia disceso la palla tutto lo spazio  $DB$ , farà dunque lo spazio  $EC$  allo spazio  $DB$  come il quadrato del tempo impiegato nel discendere col moto accelerato per l'altezza  $EC$ , al quadrato del tempo impiegato nello scorrere l'altezza  $DB$ ; ma il tempo della discesa  $EC$  è lo stesso col tempo in cui viene trasferito equabilmente il cannello da  $A$  in  $E$ , ed il tempo della caduta  $DB$  è lo stesso che quello in cui è trasferito il cannello da  $A$  in  $D$ , e quali tempi sono come gli spazi del moto equabile, cioè come  $AE$  ad  $AD$ , dunque la  $EC$  alla  $DB$  è come il quadrato di  $AE$  al quadrato di  $AD$ , oppure condotte le  $CF$ ,  $BG$  parallele alla direzione  $AD$ , sarà  $AF$  ad  $AG$  come il quadrato dell'ordinata  $FC$  al quadrato dell'ordinata  $GB$ ; ma questa è la proprietà essenziale della Parabola, dunque col moto equabile del cannello composto, e col moto accelerato della gravità della palla, si descrive la curva Parabolica  $ACB$ , e perchè la velocità del moto equabile è eguale a quella che si acquisterebbe la palla cadendo dalla sublimità  $SA$ , con cui si farebbe equabilmente nello stesso tempo della caduta uno spazio doppio di  $SA$ : dunque posta  $AF$ , eguale ad  $SA$ , ed ordinata  $FC$  essendo scorsa nello stesso tempo con moto accelerato la  $AF$ , e con moto equabile la  $FC$  con quella stessa velocità che si è acquistata la palla nella caduta  $AE$ , riuscirà la ordinata  $FC$  dupla di  $AF$ , ma il lato retto della Parabola sta all'ordinata  $FC$ , come la

me-

medesima  $FC$  alla  $AF$ , essendo il quadrato di  $FC$  eguale al rettangolo di  $AF$  nel lato retto; dunque esso lato retto è duplo di  $FC$ , e conseguentemente quadruplo di  $AF$ . Il che &c.

### C O R O L L A R I .

I. Se dunque con la mano, o con la Balestra, o con altri strumenti, quali sono l' Archibuso, il Mortaro, il Cannone, viene gettata una pietra, una palla, una saetta, e qualunque altro projecto, la via che descrive il mobile separato che sia dallo strumento, il quale per la direzione  $AD$  lo incammina, sarà la curva Parabolica  $ACB$ , prescindendo dalla resistenza dell' aria, mercecchè l' impeto impresso al mobile per la direzione  $AD$  lo porterebbe equabilmente di sua natura per la retta  $AD$ , ma intanto la gravità indirizzandolo con moto accelerato verso il centro de' gravi, lo distorna dalla direzione  $AD$ , e l' obbliga a trasportarsi con moto composto per la curva  $ACB$  sopra descritta.

II. Lo stesso dicesi dell' acqua, o altri liquori, che escono da' vasi per un tubo, il cui foro non sia parallelo all' orizzonte, ma perpendicolare, o inclinato ad esso secondo la direzione di esso tubo, come nelle fontane si osserva, nelle quali movendosi l' acqua con moto composto dell' equabile, secondo la direzione del tubo per cui esce, colla velocità impressa dalla pressione del liquore che vi sta sopra, e del moto accelerato dalla propria gravità, sempre descrive una Parabola, la cui sublimità è l' altezza dell' acqua racchiusa nel suo conservatorio, da cui essendo caduta l' acqua, si è acquistata la velocità laterale, con cui esce dal cannello.

III.

III. La direzione per cui è mandato un progetto, sarà sempre tangente della curva Parabolica da esso descritta, essendo parallela alle ordinate di essa.

IV. Generalmente in qualunque Ipotesi della gravità, quella stessa curva che serve per la scala de' tempi del moto accelerato, sarà la via de' progetti, perchè essendo il tempo della caduta  $AF$  al tempo della caduta  $AG$ , come  $FC$  a  $GB$ , così essendo ancora equabilmente fatto lo spazio  $FC$ , e lo spazio  $BG$  colla velocità impressa per la direzione  $AD$ , il tempo per  $FC$  al tempo per  $GB$  è nella proporzione di detti spazj, dunque in quali tempi si passano equabilmente gli spazj  $AE$ ,  $AD$  eguali agli detti  $FC$ ,  $GB$  si passano ancora con moto accelerato gli spazj  $EC$ ,  $DB$ , ovvero  $AF$ ,  $AG$ ; onde la via del moto composto è la curva  $ACB$  scala de' tempi del moto accelerato.

#### PROPOSIZIONE XXXVI.

*Secondo la data direzione  $AD$  tirando un mobile con tale velocità, quale si sarebbe acquistata da un grave, cadendo per l'altezza  $SA$ , fatto il mezzo cerchio  $SMA$ , il quale sega la direzione  $AD$  nel punto  $M$ , e tirata la orizzontale  $MT$  prolungata altrettanto in  $BM$ : dico, che la Parabola descritta dal progetto col suo sublime punto  $B$  toccherà l'orizzontale  $TMB$ , e si stenderà nell'orizzonte all'ampiezza della base  $AH$ , quadrupla di essa  $BM$ .* Fig. 124.

**I**mperochè condotta la  $BG$  parallela ad  $AM$ , e tirata la verticale  $DBR$  per il punto  $B$ ; ef-  
fen-

sendo  $BG$  dupla di  $AM$ , come  $BT$  è dupla di  $TM$ , sarà il quadrato  $BG$  quadruplo del quadrato  $AM$ , ma questo è eguale al rettangolo  $SAT$ , ovvero  $SAG$ , per essere  $AM$  media proporzionale fra il diametro  $SA$ , e la porzione  $AT$  eguale ad  $AG$ , come  $TM$  eguaglia  $MB$ , dunque il quadrato  $BG$ , essendo quadruplo del rettangolo  $SAG$ , sarà  $BG$  l'ordinata d'una Parabola, il cui diametro  $AG$ , ed il lato retto quadruplo di  $AS$ . Ma tale Parabola appunto è quella, che descrive il proietto quando è mandato per la direzione  $AD$  dalla velocità acquistata dal grave per la caduta della sublimità  $SA$ , dunque tale Parabola passa per lo punto  $B$ , e la  $BR$  parallela ad  $AG$  è un altro suo diametro, anzi l'asse che sega per mezzo perpendicolarmente l'ordinata  $HA$  orizzontale parallela a  $TB$ , la quale sarà tangente di essa curva, per essere  $TA$  eguale ad  $AG$ : ma  $MT$  è la metà di  $TB$ , dunque l'ampiezza  $HA$  orizzontale, che è dupla di  $AR$ , è quadrupla della  $TM$ : Il che &c.

## C O R O L L A R I.

Fig. 125. I. Di tutte le proiezioni, che si possono fare con lo stesso impeto, quale si acquisterebbe un grave cadendo dalla sublimità  $SA$ , la massima di tutte, cioè quella che coll'ampiezza sua stendesi maggiormente nell'orizzonte, è quella che si fa per la direzione  $AM$ , la quale faccia un'angolo semiretto colla sublimità  $SA$ , cioè quando il punto  $M$  cada nel mezzo dell'arco  $SMA$ , perchè allora la  $MT$  è la massima di tutte le ordinate del semicircolo, perchè passa per lo centro di esso, onde la  $AH$  quadrupla di  $TM$  riesce la maggio-

re che possa essere, mentre le altre ampiezze orizzontali dipendenti da un'altra direzione, la quale segasse il semicircolo in altro punto diverso da quel di mezzo, sarebbe quadrupla di un'altra ordinata minore tirata nel medesimo semicircolo.

II. Ma se due tiri saranno fatti con due direzioni  $AL$ ,  $AE$  egualmente distanti dalla retta  $AM$ , che facesse l'angolo semiretto  $SAM$ , concorreranno ambidue le Parabole nate da tali direzioni, cioè le curve  $AGI$ ,  $AKI$  nello stesso punto  $I$  dell'orizzonte, divenendo l'ampiezza di ciascun tiro quadrupla delle ordinate  $LF$ ,  $NE$ , che sono eguali tirate da' concorsi di quelle direzioni coll'arco del semicircolo, perchè essendo queste egualmente lontane dalla  $AM$ , che fa l'angolo semiretto, tagliano eguali archi  $ML$ ,  $ME$ , e però sono eguali  $SL$ ,  $AE$ : onde quelle ordinate  $FL$ ,  $EN$  sono pure eguali, ed il loro quadruplo  $AI$  deve essere lo stesso; sicchè volendo mandar la palla al punto  $I$  tanto è incamminarla per la direzione  $AL$ , quanto per la  $AE$  colla stessa velocità, riescendo questo solo divario, che per abbattere un muro verticale sarà più opportuno il prevalersi del tiro basso, che dicesi di volata  $AKI$ , ma volendo sfondare il piano orizzontale, farà più colpo il tiro superiore  $AGI$ .

III. Queste tre cose: cioè la sublimità  $SA$ , Fig. 12. 42 donde il peso acquisterebbe cadendo la medesima velocità, la direzione  $AD$ , e la lunghezza o ampiezza del tiro  $AH$ , date due qualunque di esse, è cosa facilissima il determinare la terza secondo i premessi principj.

IV. Per fare varj tiri alla stessa ampiezza, ran-



to minor impeto, e forza di polvere si ricerca, quanto la direzione si avvicina più all'angolo semiretto colla sublimità  $SA$ , di manierachè minimo è l'impeto che si richiede facendola al detto angolo semiretto.

V. Da un solo tiro di Mortaro, o di Cannone ritrovando l'ampiezza della Parabola descritta dal mobile, facilmente potrà trovarsi la lunghezza a cui si porterebbe il tiro in qualunque altra elevazione del pezzo; e viceversa può trovarsi l'elevazione che sarebbe necessaria, per fare che giunga il tiro ad un'ampiezza determinata.

### PROPOSIZIONE XXXVII.

Fig. 126. Dovendosi tirare un progetto dal luogo  $A$  al sito  $G$   
 127. non posto nel medesimo piano orizzontale  $AE$ , ma sopra o sotto di esso con una velocità quale si acquisterebbe un grave cadendo dalla sublimità  $SA$ ; si cerca la direzione del tiro.

**C**ongiunta  $AG$ , e prolungata la verticale  $SA$  al di sotto verso  $F$ , si faccia sopra la retta  $SA$  una porzione di cerchio capace dell'angolo  $GAF$ , e posta  $AH$  eguale ad un quarto della  $AG$  si alzi la verticale  $HM$ . Se questa non concorre col l'arco circolare  $AMS$ , non farà sufficiente la detta velocità per condurre il progetto da  $A$  in  $G$ , ma ci vorrà un'altezza maggiore: che se concorre in esso nel punto  $M$ , si congiunga  $AM$ , e facciasi il tiro secondo la stessa direzione  $AM$ ; dico, che andrà a ferire il progetto nel punto destinato  $G$ .

Imperocchè, tirata  $MN$  parallela ad  $AG$ , e divisa per mezzo  $AG$  in  $I$  si alzi la verticale  $IC$  con-

cor-

corrente con essa  $NM$  in  $C$ , e congiunta  $CHB$ , che sarà parallela ad  $AM$  (perchè essendo  $AH$  eguale ad  $HI$ , ancora  $NM$  è eguale ad  $MC$ , per esser parallele le verticali  $AN$ ,  $MH$ ,  $IC$ , e però  $AI$  eguale ad  $NC$  nel parallelogrammo  $ANCI$ , sarà  $MC$  eguale ad  $AH$ , per esser ambedue la metà delle rette eguali  $NC$ ,  $AI$ ) e condotta  $GF$ , parimente parallela alla stessa  $AM$ , se si congiunge  $SM$ , sarà per la costruzione l'angolo  $SMA$  eguale all'angolo  $GAF$ , ovvero all'angolo  $MNA$ , dunque essendo ne' triangoli  $SMA$ ,  $MNA$  gli detti angoli eguali, e l'angolo  $MAN$  comune a tutti due, faranno essi triangoli simili. Dunque  $SA$ , ad  $AM$  sta come  $AM$  ad  $AN$ , ovvero all'eguale  $AB$ , siccome  $MN$  eguaglia  $MC$ , dunque il rettangolo  $SAB$  eguaglia il quadrato  $AM$ , ovvero l'eguale quadrato  $BH$ , e presi i quadrupli sarà il rettangolo della quadrupla  $AS$  nella  $AB$ , eguale al quadrato  $BC$ , il quale è quadruplo del quadrato  $BH$ , per essere quella dupla di questa, ed essendo ancora la  $GF$  dupla di  $BC$ , siccome è quadrupla di  $BH$ , essendo  $FA$  quadrupla di  $AB$ , e la  $GA$  di  $AH$ , sarà il quadrato  $GF$  pure eguale al rettangolo della quadrupla di  $AS$  nella retta  $AF$ , onde è manifesto, che il punto  $G$  sarà nella stessa Parabola descritta per gli punti  $A$ ,  $C$ ,  $G$ , il cui diametro sia  $AF$ , ed il lato retto sia quadruplo della sublimità  $SA$ , però fatto il tiro colla data velocità secondo la direzione  $AM$ , dovrà andare il projecto a battere nel punto  $G$ . Il che &c.

## COROLLARI.

I. E' manifesto, essere la  $NC$  tangente della Pa-  
G
ra.

rabola nel punto  $C$ , per essere  $AB$  eguale ad  $AN$ .

Fig. 128. II. Se la retta  $HM$  sega in due punti  $M, m$  l'arco  $AMmS$ , si potrà fare il tiro anche colla direzione  $Am$ , descrivendo la Parabola superiore. Ma se  $HM$  tocca l'arco suddetto nel suo punto di mezzo, sarà possibile una Parabola sola, e questa manderà il tiro sul piano  $AG$  più lontano che sia possibile, perchè l'ordinata  $MN$  riuscirà la massima di tutte, ed essendo  $AG$  quadrupla di essa, siccome è quadrupla di  $AH$  eguale ad  $NM$ , il luogo  $G$ , dove cade il progetto, sarà lontanissimo dal punto  $A$  d'onde si fa il tiro,

III. Dunque il più ampio tiro, che possa farsi sul piano  $AG$ , sarà quello, in cui la direzione  $AM$  sega per mezzo l'angolo  $SAG$  contenuto da detto piano  $AG$ , e dalla verticale  $SA$ , perchè essendo  $HM$  parallela ad  $AS$ , e toccando l'arco  $AMS$  nel punto di mezzo  $M$ , gli angoli  $MAH$ ,  $MAS$  faranno eguali, essendo  $MAH$  eguale all'angolo  $ASM$ ; onde essendo gli archi  $AM$ ,  $SM$  eguali, bisogna che l'angolo  $MAH$  eguagli l'angolo  $MAS$ , e qualunque altro tiro sarà di maggiore ampiezza, secondo che più accosterà la sua direzione a quella  $AM$ , che taglia per mezzo l'angolo  $SAG$ ,

## CAPITOLO VIII.

### *Della Percossa.*

#### PROPOSIZIONE XXXVIII.

*La percossa, che fa un corpo duro sopra la superficie ferma di un piano, cresce in ragione composta*

*possa del peso del corpo mosso, e della velocità con cui urta, e del seno dell'incidenza, cioè del seno di quell'angolo contenuto dalla direzione del mobile sopra la superficie del piano percosso nel punto di esso contatto.*

**C**He la percossa cresca a misura, che sia maggiore il peso, e la velocità del mobile, è manifesto, perchè in tale ragione appunto cresce il momento di un corpo, cioè la forza con cui si muove, e da cui senza dubbio dipende l'energia della percossa in pari circostanze, cioè secondo la medesima direzione la forza è maggiore, sì per il maggior peso del mobile, come ancora per la maggiore velocità, con cui sia spinto.

Che poi cresca ancora questa forza della percossa, secondo che cresce il seno dell'incidenza, Fig. 129. si dimostra così. Muovasi il corpo *A* contro il piano fermo, e stabile *EF* colla direzione inclinata *AB*, e condotta sopra esso piano la perpendicolare *AC*, congiunta *BC* si compisca il rettangolo *BCAD*: il moto per *AB* si può risolvere ne' due moti collaterali *AC*, *AD*, de' quali è composto. Ma essendo il moto *AD* parallelo al piano *BC*, non gli si oppone punto, e non può offenderlo quando ancora fosse di vetro, dunque il moto per *AB* non ha forza di percuotere il piano *BC* secondo il moto collaterale *AD*, ma solamente secondo il perpendicolare *AC*; ed è *AC* il seno dell'angolo dell'incidenza *ABC*, computando *AB* per il raggio, dunque cresce l'energia della percossa, generalmente parlando, in ragione composta del peso, e della velocità del mobile, e del seno dell'incidenza. Il che &c. G 2 Co-

## COROLLARI.

I. Possono farsi eguali percosse sopra una superficie stabile e ferma, tanto da un corpo minimo, come da un altro grandissimo, qualunque volta, o la velocità, o il seno dell'incidenza compensi reciprocamente in quello, ciò che ha questi di eccesso nel peso: come per esempio, stante la stessa direzione, tanta percossa farà sopra d'un piano il martello d'una libbra mosso con dieci gradi di velocità, quanto ne farebbe un martello di dieci libbre mosso colla velocità d'un grado solo, ed ancora se amendue si movessero con pari grado di velocità, purchè il seno dell'incidenza del minore fosse dieci volte maggiore del seno d'incidenza nell'altro, ne seguirebbe egual colpo; siccome ancora in due corpi di egual peso, se la velocità del primo fosse tanto maggiore della velocità del secondo, quanto il seno d'incidenza di questo è maggiore del seno d'incidenza di quello, ne seguirebbe eguale percossa, perchè la ragione composta di due reciproche eguali, fa sempre la ragione di egualità, come in due rettangoli quando la ragione del primo lato dell'uno, al primo lato dell'altro è eguale alla ragione del secondo lato dell'ultimo, al secondo lato del primo, essi rettangoli sono eguali.

II. Ancora ne risulterebbero eguali percosse per la medesima ragione; quando i seni dell'incidenza fossero reciprochi a' momenti de' mobili, cioè a' prodotti del peso di ciascheduno nella sua velocità, oppure quando i loro pesi fossero reciprochi a i prodotti della velocità di ciascuno nel suo

suo seno d'incidenza, oppure finalmente quando le velocità de' mobili fossero reciproche a' prodotti del peso di ciascuno nel suo seno d'incidenza.

III. E la massima percossa di un dato peso, mosso con una data velocità, è quando urta con direzione perpendicolare alla superficie del corpo percosso, essendo il massimo seno dell'incidenza quello, che corrisponde all'angolo retto.

### PROPOSIZIONE XXXIX.

*Le percosse fatte da una massa fluida, come acqua, o aria spinta col vento &c. contro varie superficie piane, sono sempre in una direzione perpendicolare alla medesima superficie, e cresce la loro forza in ragione composta della quantità di esse superficie percosse, e della duplicata ragione delle velocità, e di quella de' quadrati de' seni d'incidenza.*

**I**mperocchè può considerarsi un fluido come una congerie di tante minutissime sferette, che vengono ad urtare secondo la direzione  $ABF$  della corrente del fluido, contro la superficie  $DE$ , e ciascuna di queste sferette urta nel piano secondo la direzione della linea  $BC$ , congiungente il centro di esse col punto del contatto, la qual linea è sempre perpendicolare alla superficie percossa, dunque per quanto sia inclinato il piano, che riceve il colpo dal fluido, sempre resta spinto secondo la direzione perpendicolare, non secondo l'inclinata, e così benchè una vela riceva il vento obliquamente, ed il timone non si ponga perpendicolare al corso dell'acqua, sempre il moto, che

Tavola  
XV.  
Fig. 13a.

ne deriva sarà per se stesso perpendicolare alla vela, o al timone suddetto.

Fig. 131.

Oltre a ciò, se l'estreme linee parallele del fluido siano per esempio  $AB$ ,  $EF$ , e col raggio  $FB$  si descriva l'arco  $BH$ , condotto  $HI$  seno dell'angolo d'incidenza  $EFB$ , ed anche tirata la  $BG$  perpendicolare alla  $EF$ , sarà la  $BG$  eguale ad  $HI$ , ma la  $BG$  è la misura della quantità del fluido compreso tra l'estreme linee parallele del fluido  $EF$ ,  $AB$ , la quale quantità è quella, che urta contro questa traccia  $BF$  del piano percosso, e ne misura la larghezza  $BG$ : dunque la percossa, per conto della materia spinta sopra questa traccia, misurasi da essa  $BG$ , e così ancora dall'egual seno  $HI$ , ma per conto dell'obliqua incidenza si misura altresì dal medesimo seno  $HI$ , per l'antecedente proposizione, dunque sarà misurata dal quadrato del seno dell'incidenza, in parità dell'altre circostanze.

Nè vi ha dubbio, che quanto maggiore è la superficie percossa, tanto più cresce la massa del fluido che vi dà sopra, e si fa maggiore l'impressione fatta in essa, dunque ancora per questo capo cresce la forza del colpo.

E perchè quanto maggiore è la velocità del fluido, tanto maggior copia di esso in un dato tempo successivamente si applica ad urtare il piano opposto al suo corso, quindi è, che la percossa cresce ancora in duplicata ragione della velocità, e però la proposizione resta dimostrata in tutte le sue parti, cioè, che quantunque obliqua sia la direzione del fluido, percuote perpendicolarmente la superficie opposta, e che la forza della percossa

costa cresce in ragione composta della quantità di essa superficie, della duplicata ragione delle velocità, e dei quadrati de' seni dell'incidenza.

## PROPOSIZIONE XXXX.

*Qualunque vastissimo corpo solido A, purchè sia pensile, o galleggiante, o in qualsivoglia maniera equilibrato al moto, potrà esser mosso dalla sua quiete da qualunque minimo corpo solido B, che vi urti dentro con qualunque velocità FD.*

**P**igliasi un corpo C eguale ad A, e sia come C a B, così la velocità FD alla velocità E, dunque sarà eguale il momento del corpo B mosso colla velocità FD, e del corpo C mosso colla velocità E; onde tanto quello, che questo farà eguale percossa in A (per il Coroll. della Proposiz. 38.): ma è certo, che il corpo C, urtando colla velocità E nel corpo quieto A eguale a lui, potrà muoverlo, dunque ancora il corpo minimo B, mosso colla velocità FD, dovrà muovere esso corpo A dalla quiete. Fig. 132.

## PROPOSIZIONE XXXXI.

*Poste le stesse cose dico, che il corpo B non comunicherà al percosso A tutta la sua velocità FD, ma solamente quella parte FG, la quale all'incirca FD. Sia come esso corpo B alla somma d'ambidue i corpi B, ed A, supponendo però essi corpi esser duri, non dotati di forza elastica.*

**I**mperocchè applicandosi la velocità FD del corpo B ad ambidue i corpi B ed A, bisogna, che il momento del solo corpo B, mosso prima colla



velocità  $FD$ , sia eguale al momento, con cui insieme si muoveranno i due corpi  $B$  ed  $A$ , dunque bisogna, che come  $B$  alla somma d'ambidue  $B$ , ed  $A$ , così stia la velocità di questi due mossi alla velocità del primo, e però conviene, che la velocità di questi due sia  $FG$ , la quale stia alla prima velocità  $FD$ , come il percuziente  $B$  alla somma del percuziente e del percosso, che vanno insieme  $B$  ed  $A$ . Il che &c.

### PROPOSIZIONE XXXII.

*Movendosi due corpi A e B verso la medesima parte, se hanno la stessa velocità mai si percuoteranno, e molto meno quando l'antecedente avesse maggiore velocità del susseguente; Ma se la velocità del conseguente corpo A sia maggiore di quella dell'antecedente B, quello percuoterà questo, coll'eccesso della velocità sua sopra quella dell'altro.*

Fig. 133. **I** Mperocchè se i corpi sono egualmente veloci, quando abbiano qualche distanza, manterranno sempre la medesima, o se si toccano, anderanno sempre contigui senza impressione di colpo veruno; Che se fosse poi maggiore la velocità dell'antecedente  $B$ , di quella del conseguente  $A$ , sempre maggiormente si dilaterebbe la loro distanza in questi moti, crescendo lo spazio fatto dal precedente, sopra il fatto dal susseguente nel medesimo tempo, onde molto meno potranno mai percuotersi: ma essendo maggiore la velocità del corpo di sotto  $A$ , che quella dell'antecedente  $B$ , si suppongano essere tali velocità come  $AD$  a  $BD$ , dunque nello stesso tempo converganno in  $D$  ambi-

bidue gli corpi, facendo gli spazj  $AD$ ,  $BD$  proporzionali alle loro velocità, onde al corpo  $B$  risulterà la percossa del conseguente  $A$ , secondo la velocità  $AB$ , che è l'eccesso di  $AD$  sopra  $BD$ ; imperocchè colla parte di velocità  $BD$ , non può il corpo  $A$  percuotere  $B$ , essendo comune tale velocità allo stesso corpo  $B$ , con cui sfugge quella parte di colpo, onde resta che solamente il corpo  $B$  senta l'urto dal corpo  $A$  di quell'eccesso di velocità  $AB$ . Il che &c.

## COROLLARI.

I. Quindi prevedendo noi il colpo di qualche corpo, che ci venga addosso, se non si può del tutto schivare, gioverà il muoversi quanto più velocemente si possa verso la medesima parte, che così tanto minore risulterà la forza del colpo fatto dal percuziente.

II. Il moto comune non altera i movimenti propri de' corpi, e però la stessa percossa risulta, percuotendosi due corpi sul tavolato di una nave quando stà ferma, che quando sia in qualunque moto veloce, il qual moto sarebbe egualmente partecipato dal corpo percuziente, e dal percosso.

## PROPOSIZIONE XXXIII.

*Viceversa, incontrandosi i corpi colle velocità  $AD$ ,  $BD$ , faranno nel punto  $D$  tale percossa, come se uno di loro urtasse nell'altro fermo, e stabile, con l'aggregato d' ambe le velocità, cioè con l'intera  $AB$ .*

**P**ER dimostrare ciò più facilmente, si supponga- Fig. 124.  
no i corpi  $A$ ,  $B$  incontrarsi assieme sul tavola-  
to

to d'una barca, la quale frattanto si muova colla velocità  $DB$  al contrario verso  $B$ . Chi vedrà questo movimento nello stare sopra la ripa  $HE$ , senza por mente al moto del Navicello, ma tenendo l'occhio solamente alle palle mobili  $A, B$ , vedrà che la palla  $A$  nello spazio reale del Mondo si muoverà colla velocità  $AB$ , perchè oltre la propria velocità  $AD$ , partecipa ancora quella della barca  $DB$ , che si muove per la stessa parte, onde portandosi dal punto  $A$ , che corrispondeva al punto  $H$  della ripa, al punto  $D$  sul tavolato della navicella, che era dirimpetto al punto  $G$  della ripa, coll'altra velocità  $DB$ , che partecipa dalla nave, arriverà a corrispondere al punto  $F$  della ripa, che prima era dirimpetto al punto  $B$  del navicello: onde essendo realmente scorso nello spazio mondano il mobile  $A$  uno spazio eguale ad  $HF$ , cioè ad  $AB$ : laddove il mobile  $B$ , benchè s'incontri verso  $A$  colla velocità  $BD$  sopra il piano della nave, e nello stesso tempo sia tirato colla velocità  $DB$  eguale, per cui si muove la navicella, rimarrà sempre dirimpetto al punto fisso  $F$  della ripa in tutto il tempo di questi moti, onde non si vedrà esser mosso nello spazio mondano, che occupava, dunque il corpo  $A$  percuoterà con tutta la velocità  $AB$  il corpo  $B$  in quiete: ma la stessa percossa accade nella nave ferma, che in quella la quale si muove, come nell'ultimo Coroll. della precedente, dunque il colpo fatto da' corpi  $A, B$ , che si incontrino in  $D$  colle velocità  $AD, BD$ , è il medesimo che risulterebbe se uno di essi con l'aggregato di ambe le velocità venisse ad urtar l'altro. Il che &c.

Co-

## COROLLARIO.

Quando un mobile venisse ad urtarci, non torna il conto muoversi contro d'esso, perchè si accrescerebbe la forza della percossa di tanta velocità, quanta è quella con cui l'incontriamo.

## PROPOSIZIONE XXXIV.

*Di due corpi duri A, B essendo il centro di gravità C, se s'incontrano colle velocità AC, BC, di essi corpi A, e B, dovrà fermarsi e l'uno, e l'altro in esso punto C del mutuo concorso; ma se fussero detti corpi ancora elastici, dovrà ciascuno ritornare indietro colla sua primiera velocità.*

**I** Mperocchè essendo C il centro di gravità de' Fig. 135.  
corpi, sarà A a B come BC a CA, cioè come la velocità di questo alla velocità di quello, dunque i loro momenti con cui s'incontrano in C sono eguali, ed essendo pure direttamente opposti, niuno di essi può prevalere all'altro, onde (per l'Aff. 4.) si elideranno vicendevolmente, riducendosi i detti corpi duri alla quiete, purchè non fossero da qualche altra cagione di nuovo eccitati al moto: ma se ciascuno di essi avesse la forza elastica, non potrà essere ciascuna di esse compressa con egual momento da una, e dall'altra banda, ma a guisa di molla restituendosi con egual forza, verrà respinto l'uno, e l'altro mobile per la stessa direzione, e colla medesima loro velocità all'opposite parti, di manierachè, siccome con egual momento si erano incontrati, si disgiungeranno altresì uno dall'altro con egual momento. Il che &c.

PRO-

## PROPOSIZIONE XXXXV.

Fig. 134.

136.

137.

139.

*Movendosi due corpi duri, ma non elastici colle velocità  $AD$ ,  $BD$ , o dirette, ovvero a parti opposte, trovato il loro centro di gravità  $C$ , dico, che dopo il concorso si muoveranno ambidue colla velocità  $CD$  verso quella banda, che dimostra l'ordine delle lettere  $CB$ .*

**S**I faccia questo moto sul tavolato di una Barca, la quale frattanto si muova verso  $C$ , colla velocità  $DC$ ; chi starà sulla ripa  $EH$ , e riguarderà il moto di questi mobili, vedrà muoversi il corpo  $A$  nello spazio mondano colla velocità  $AC$ , ed il corpo  $B$  colla velocità  $BC$ , perchè il moto della barca cospirando col moto dell'uno, ed opponendosi al moto dell'altro (anzi al moto di tutti due ne i due ultimi capi) si accresce la velocità di quello che va per la stessa banda, così diminuisce la velocità di questo, quando si rivolge alla banda opposta, dunque saremo nel caso dell' antecedente proposizione, in cui convengono i corpi nel loro centro di gravità  $C$  dentro lo spazio mondano, in cui per tanto debbono ambidue fermarsi, ma la barca col suo moto gli trasferisce da  $D$  in  $C$ , dunque per mantenersi nello stesso spazio mondano, bisogna che l' uno, e l' altro sul piano della nave si muova all' opposto con altrettanta velocità  $CD$ : ma ciò che accade nella barca mossa, accaderebbe ancora stando essa ferma, o in un altro piano mobile facendosi i medesimi moti ( per il Coroll. 3. Prop. 42. ) dunque è vero ciò, che in questa proposizione doveasi dimostrare.

Co-

## COROLLARI.

I. Se uno de' corpi per esempio  $B$  fosse quieto, la sua velocità  $BD$  sarebbe nulla, e cadendo il punto  $D$  in  $B$ , si muoverebbero ambi i corpi dopo il colpo colla velocità  $CD$ , cioè  $CB$ , la quale stà a tutta la velocità  $AD$  del mobile  $A$ , come il corpo percuziente  $A$ , alla somma di ambidue  $A$ , e  $B$ , perchè essendo  $B$  ad  $A$ , come  $AC$  a  $CB$ , componendo stà la somma di ambidue  $A$ , e  $B$  ad  $A$ , come  $AB$  a  $BC$ . Fig. 138.

II. Ma cadendo il punto  $D$  nel punto  $C$ , sarebbe ciò il caso della proposizione 44. onde dopo il concorso si fermerebbero ambidue, diventando nulla la velocità  $CD$ . Fig. 139.

III. Lo stesso segue se il corpo  $A$  si movesse contro un corpo  $B$  immensamente maggiore, e quieto, o in un ostacolo fermo urtasse, perchè il loro centro  $C$ , ed il punto  $D$ , caderebbero nello stesso punto  $B$ , e però si fermerebbe esso corpo duro  $A$  dopo la percossa, essendo ancora quì la velocità  $CD$  nulla. Fig. 140.

## PROPOSIZIONE XXXXVI.

*Poste le stesse cose, quando i corpi fossero elastici, prendendo dall'altra parte  $CE$  eguale a  $CD$ : dico, che dopo il colpo si muoverà il corpo  $A$  colla velocità  $EA$ , ed il corpo  $B$  colla velocità  $EB$  secondo l'ordine delle stesse lettere.* Fig. 141.  
142.  
143.  
144.  
145.  
146.

**I**mperocchè movendosi, come prima, la  $N$ ave colla velocità  $DC$ , ovvero  $CE$ , che è la stessa, ne seguirà, che il mobile  $A$  dovrà muoversi nel-

nello spazio mondano colla velocità  $AC$ , ed il corpo  $B$  colla velocità  $BC$ , onde con eguali momenti incontrandosi, ritorneranno indietro (per la Prop. 4) colle stesse loro prime velocità, cioè il corpo  $A$  colla velocità  $CA$ , e l'altro  $B$  colla velocità  $CB$ , ma intanto movendosi la nave colla velocità  $CE$ , bisognerà che in sul tavolato di essa i detti corpi si muovano colle velocità  $EA$ ,  $EB$ , perchè la somma de' moti conspiranti, e la differenza degli opposti risulterà nello spazio mondano quella che dee essere, cioè del muoversi i mobili dopo il colpo colle velocità suddette  $CA$ ,  $CB$ , ma ciò che accade nel navicello mosso, parimente succederebbe in un piano stabile, e fermo, dunque le velocità, colle quali si muovono i corpi dopo il loro concorso, faranno le di sopra determinate  $EA$ ,  $EB$ . Il che &c.

## C O R O L L A R I.

Fig. 147.  
148. I. Se il corpo  $B$  stesse fermo essendo nulla la sua velocità  $BD$ , cade il punto  $D$  in  $B$ , onde  $CB$  eguaglia  $CD$ , e però  $EB$  è doppia di  $CB$ , onde essendo  $AC$  a  $CB$  come  $B$  ad  $A$ , e componendo  $AB$  a  $CB$  come la somma di  $A$ , e  $B$  al percuziente  $A$ , sarà la velocità  $AD$ , che eguaglia  $AB$  alla velocità  $ED$  impressa al percosso prima fermo, come la somma di  $A$ , e  $B$  al doppio del percuziente  $A$ .

Fig. 147. II. La velocità  $EA$  dopo la percossa di  $A$  al corpo fermo  $B$ , se  $A$  è minore di  $B$ , sarà alla prima sua velocità  $AD$ , come l'eccesso di  $B$  sopra  $A$  alla somma di  $A$ , e  $B$ , e muoverassi all'indietro, essendo  $AE$  eguale a  $CA$  meno  $CE$ , che è lo stesso

so come  $CA$  meno  $CB$ , e però come  $B$  meno  $A$ . Ma se  $A$  fosse maggiore di  $B$ , essendo più prossimo il centro  $C$  ad  $A$  che a  $B$ , la  $CE$  eguale a  $CB$  passerà oltre  $A$ , onde la velocità  $EA$  dopo la percossa, sarà alla primiera  $AD$ , come  $A$  manco  $B$  alla somma di ambedue, essendo  $AE$  la stessa che  $CE$  manco  $CA$ , ovvero  $CB$  manco  $CA$ , e però eguale ad  $A$  manco  $B$ , e con questa velocità  $EA$  muoverassi verso la medesima parte, essendo però maggiore la velocità  $EB$  del percosso, che la velocità  $EA$  rimasta nel percuziente, ed essendo la velocità  $EB$  alla velocità  $EA$ , come il doppio del percuziente all' eccesso del percuziente sopra il percosso.

Fig. 148.

III. Che se i corpi  $A$ , e  $B$  fossero eguali, cadendo il centro  $C$  in mezzo ad  $AB$ , e stando fermo il corpo  $B$ , sarà  $CA$  eguale a  $CE$ , eguagliando la  $CD$ , che è la stessa di  $CB$ ; dunque cadendo il punto  $E$  in  $A$ , la velocità  $EA$  sarà nulla, e la  $EB$  eguale ad  $AD$ , sicchè il percuziente resterà fermo, ed il percosso prima fermo, riceverà la velocità del percuziente, onde quindi avviene, che urtando una palla nella serie di più altre palle eguali ferme e contigue, dovrà fermarsi essa percuziente colle altre prossime intermedie, e solamente muoversi l' ultima colla stessa velocità, con che la prima percosse cotesta serie.

Fig. 149.

IV. Incontrandosi poi le palle  $A$ ,  $B$ , tra loro eguali con velocità disuguali  $AD$ ,  $BD$ , ritorneranno indietro, se prima si opponevano, o andranno alla medesima parte, se tutte due movevansi a quel verso, colle velocità cambiate tra loro, cioè la palla  $A$  colla velocità  $EA$ , eguale alla velocità  $BD$ , e la

Fig. 150,  
151.



e la palla  $B$  colla velocità  $EB$  eguale alla velocità  $AD$ , perchè dividendo il centro  $C$  la distanza  $AB$  per mezzo, ed essendo ancora  $CE$  eguale a  $CD$ , è manifesto, che resta  $EA$  eguale a  $BD$ , e riesce  $EB$  eguale ad  $AD$ .

Fig. 152. V. Essendo disuguali le palle  $A$ ,  $B$ , se la velocità della prima  $AD$  alla velocità della seconda  $BD$ , sarà come il doppio di  $B$  alla differenza di  $A$ , e  $B$ , si fermerà dopo il concorso il percuziente  $A$ , e muoverassi il corpo  $B$  percosso colla velocità  $EB$ , la quale starà alla prima  $BD$ , come la somma di  $A$ , e  $B$  alla loro differenza; imperocchè essendo  $C$  il centro di gravità di tali corpi, e però  $A$  a  $B$ , come  $CB$  a  $CA$ , posta  $CD$  eguale a  $CA$ , farà  $AD$  a  $BD$  come il doppio di  $AC$  a  $CB$  meno  $AC$ , ovvero nella seconda figura ad  $AC$  meno  $CB$ , e però il doppio di  $DB$  alla differenza de' corpi  $B$  ed  $A$ , è come la velocità  $AD$  alla velocità  $BD$ , dunque essendo  $CE$  eguale a  $CD$ , e però eguale a  $CA$ , cade il punto  $E$  in  $A$ , onde si ferma il corpo  $A$ , di cui nulla sarebbe la velocità  $EA$ , e la velocità  $EB$  del corpo  $B$ , sarà alla velocità  $BD$ , come la somma di  $AC$ , e  $CB$  alla differenza di  $CA$ , e  $CB$ , onde è come la somma di  $A$ , e  $B$  alla differenza di essi corpi.

Fig. 154. VI. Se il corpo  $A$  è triplo di  $B$ , i quali s'incontrino con eguali velocità  $AD$ ,  $BD$ , dopo la percossa fermerassi il corpo  $A$ , ed il corpo  $B$  tornerà indietro colla velocità  $EB$  dupla della prima  $BD$ ; imperocchè divisa  $AB$  in quattro parti, sarà il punto  $D$  nel mezzo, per essere  $AD$  eguale a  $BD$ , ed il punto  $C$  in mezzo di  $AD$ , dovendo essere  $BC$  tripla di  $CA$ , come il corpo  $A$  è triplo di  $B$

di  $B$ , dunque posta  $CE$  eguale  $CD$ , caderà il punto  $E$  in  $A$ , onde la velocità  $EA$  farà nulla, e la velocità  $EB$  farà doppia di  $BD$ .

VII. Viceversa se il corpo  $A$  triplo di  $B$  stesse fermo, e fosse urtato da  $B$  colla velocità  $BD$ , cadendo il punto  $D$  in  $A$ , farà  $CD$  eguale a  $CA$ , cioè alla terza parte di  $CB$ , onde posta  $CE$  eguale a  $CD$ , caderà il punto  $E$  nel mezzo di  $AB$ , e però dopo la percossa, essi corpi si muoveranno con eguali velocità  $EA$ ,  $EB$  in parti contrarie. Fig. 155.

VIII. Se il percuziente  $A$  urtasse nel corpo  $B$  fermo, ed infinitamente maggiore di  $A$ , tornerrebbe  $A$  all'indietro colla stessa velocità con cui si è spinto in esso, perchè i punti  $B$ ,  $D$ ,  $C$ , saranno nello stesso sito, essendo infinitamente maggiore  $B$  di  $A$ : dunque  $AC$  è infinitamente maggiore di  $BC$ , e però  $BC$  è quasi nulla, ed essendo ancora  $D$  nel punto  $B$ , essendo nulla la velocità  $BD$ , facendo  $CE$  eguale a  $CD$ , ancora il punto  $E$  cade nel medesimo sito, dunque la velocità  $EA$ , con cui deve ritornare indietro il corpo  $A$ , sarà eguale alla velocità  $AD$ , con cui percuoterà il corpo  $B$ , ed esso corpo  $B$  rimarrà fermo come prima, essendo ancora  $EB$  infinitamente piccola, e come un nulla. Questo caso accade urtando una palla in qualche rupe, o in un muro stabile, che equivale ad un corpo infinitamente maggiore del percuziente. Fig. 156.

### PROPOSIZIONE XXXXVII.

*Se il mobile  $A$ , colla velocità  $AD$ , urta qualunque altro mobile  $B$ , ovvero  $N$  che stava fermo, essendo essi mobili  $A$ ,  $B$ ,  $N$ , come le linee  $CA$ ,  $CB$ ,  $CN$ , posta  $CE$  eguale a  $CA$ , e tirata  $EL$  parallela ad  $AD$ ,  

$H$ 
e per* Fig. 157.

e per lo punto *D* descrivendo l' Iperbola *DSV* fra gli Asintoti *EA*, *EL*, tirando le rette *BS*, *NV* parallele all' *AD*, la velocità impressa in *B* sarà *BS*, e l' impressa nell' altro mobile sarà *NV*, e così da per tutto.

**I**mperochè per la proprietà dell' Iperbola, essendo *BE* ad *EA*, come *AD* a *BS*, ed ancora *NE* ad *EA*, come *AD* ad *NV*, farà *AD* a *BS*, come la somma di *BC*, e *CA*, che è *BE*, al duplo di *CA*, che è *EA*, ed in conseguenza come la somma de' mobili *A*, *B* al duplo del percuziente *A*: ma (per il Coroll. 3. della Prop. precedente) la velocità del percuziente *AD*, sta alla velocità impressa nel percosso, che era fermo, come la somma di detti mobili al duplo del percuziente, dunque la velocità impressa al percosso *B*, deve essere come *BS*, ed al percosso *N*, come *NV*, essendo *AD* a *BS*, come *BE* ad *EA*, ed *AD* ad *NV*, come *NE* ad *EA*, e così sempre. Il che &c.

#### COROLLARIO.

Tirando per lo punto *D* la *DK* parallela ad *AE*, segante la *BS* in *F*, e l' *NV* in *G*, il percuziente *A*, dopo la percossa del mobile fermo *N* maggiore di esso, si muoverà al contrario colla velocità *VG*, e dopo la percossa del mobile *B* minore di *A*, dovrà muoversi verso le medesime parti colla velocità *FS*, essendo tanto *FS*, che *GV* la differenza della prima velocità *AD*, e della velocità impressa agli altri mobili *BS*, *NV* (per il Coroll. 2. della Prop. precedente).

PRO-

## PROPOSIZIONE XXXXVIII.

*Se un corpo elastico A, colla velocità AD, percuotesse il corpo fermo B, per mezzo d' un altro corpo N di mediocre grandezza fra gli due estremi, gl' imprimerà maggiore velocità di quella, che gli avrebbe impressa, se urtava immediatamente in esso.*

Fig. 158.  
159.

**I**mperochè descritta l' Iperbola come nella precedente, è manifesto, che sarà  $NV$  la velocità impressa nel corpo medio  $N$ , e la velocità  $BS$  sarebbe quella che darebbe immediatamente al corpo  $B$ : ma posta  $CH$  eguale a  $CN$ , e condotta  $HG$  parallela ad  $NV$ , se per il punto  $V$  si descrive l' altra Iperbola  $IVF$ , segante la  $BS$  in  $F$ , il mobile  $N$  colla velocità  $NV$  darebbe al corpo  $B$  la velocità  $BF$ , la quale è maggiore della  $BS$  impressa immediatamente dal corpo  $A$ , dunque maggiore è la velocità impressa dal corpo percuziente  $A$  nel corpo fermo  $B$ , per mezzo d' un altro corpo  $N$  di mediocre grandezza fra gli estremi, che se immediatamente lo urtasse. Il che &c.

## COROLLARI.

I. Interponendosi a' corpi  $A$ , e  $B$  altri intermedi  $N$ ,  $O$ ,  $P$  &c. successivamente disuguali tra i detti estremi, maggiore velocità si trasfonderà nel medesimo corpo  $B$ , che se per un solo intermedio venisse percosso. Imperochè siccome  $A$  urtando in  $B$ , per mezzo di  $N$ , gl' imprime velocità maggiore che se lo percuotesse immediatamente, dunque ancora  $N$  darebbe maggior velocità a  $B$  per mezzo d' un altro corpo intermedio  $O$ , che se

Fig. 160.

H 2

ur-

urtasse immediatamente in esso: e similmente il corpo  $O$  darebbe maggiore velocità al corpo  $B$  per mezzo dell' intermedio  $P$ , che se urtasse in esso immediatamente, dunque quanto maggiore sarà la moltitudine de' corpi interposti fra  $A$  e  $B$  (purchè siano tutti di mediocre grandezza successivamente disuguale) tanto sarà maggiore la velocità impressa nel corpo  $B$ .

II. Se un corpo intermedio  $N$  fosse medio proporzionale fra' due estremi  $A$  e  $B$ , s' imprimerebbe dal corpo  $A$  al corpo  $B$ , per mezzo di questo medio proporzionale  $N$ , maggiore velocità che se fosse percosso per mezzo d' un altro corpo mediocre  $O$ , il quale non fosse medio proporzionale tra  $A$  e  $B$ , come può dimostrarsi con varj esempi.

III. E conseguentemente se tra' corpi  $A$  e  $B$ , sarà interposta una serie di corpi mezzani  $N, O, P$  &c. continuamente proporzionali, si comunicherà maggiore velocità all' estremo corpo  $B$ , che per mezzo di altrettanti corpi intermedj i quali disposti non fossero in quella proporzione.

IV. E tanto maggiore sarà la velocità comunicata all' estremo corpo  $B$ , quanto sarà maggiore la moltitudine de' corpi proporzionali interposti, di manierachè, secondo il computo fatto da Cristiano Ugenio, se fossero cento corpi in continua proporzione dupla, cominciando il moto dal massimo, si comunicherebbe al minimo una velocità 14760000000. di volte maggiore di quella, con cui principiò a muoversi il primo, e che principiando il moto dal minimo, giacchè non risulterebbe nel massimo velocità maggiore della prima, dovendo ca-

la

lare la velocità che s' imprime ad un corpo maggiore, farebbe però il momento del moto nel corpo massimo, maggiore del momento, con cui vi si principiò a muovere il minimo, in ragione di 45770600000000. all' unità. E chi sa, che la natura in molti riscontri, ne' quali si vede all' improvviso nascere una rapidissima agitazione, cagionata da un primo moto assai lento, come nelle fermentazioni de' liquori, o de' vapori, e nell' accensione della polvere, non si serva di questo segreto, disponendo più corpi invisibili a un dipresso nella medesima proporzione crescenti o decrescenti, coll' intermezzo de' quali venga a crescere in immenso la quantità del moto, o la velocità che gli rimane comunicata.

## PROPOSIZIONE XXXIX.

*Se le direzioni delle due palle mobili A, B non sono nella medesima retta linea, ma in due tra di loro inclinate AD, BD, essendo la velocità di A a quella di B, come AD a BF, trovare primieramente il sito, in cui essi mobili dovranno convenire insieme: ed in secondo luogo; determinare quali direzioni, e velocità ripiglieranno dopo detto concorso.*

Fig. 161  
162.

**Q**Uanto alla prima parte, congiungasi la retta AB, e poi si compisca il parallelogrammo BADK, e nella DK pongasi la parte DM eguale alla somma de' raggi di queste due palle mobili, e congiunta KF, descrivasi col raggio DM l' arco circolare MG, segante la FK in G, indi congiunta DG, si tiri GH parallela a BK, e poi si compisca il parallelogrammo DGHI: dico, che nella retta IH dovranno convenire essi mobili, toccan-

dosi in  $L$ ; Imperocchè, essendo  $AD$  eguale a  $BK$ , e  $DI$  eguale ad  $HG$ , sarà  $AD$  a  $DI$  come  $BK$  ad  $HG$ , e però come  $BF$  ad  $FH$ , onde permutando come la velocità  $AD$  alla velocità  $BF$ , così sarà  $DI$  ad  $FH$ , ed il rimanente spazio  $AI$  al rimanente  $BH$ , dunque nel medesimo tempo si faranno detti spazj proporzionali alle loro velocità, e però giunta  $A$  in  $I$ , sarà pure arrivata  $B$  in  $H$ , e perchè  $IH$  è eguale a  $DG$ , ed a  $DM$ , cioè a' due raggi di dette palle, vi faranno le due parti  $IL$ ,  $HL$  eguali a' loro raggi, e però ivi le due palle  $A$ ,  $B$  verranno a toccarsi in  $L$ .

Tavola  
XVII.  
Fig. 163.

Circa la seconda parte, si tirino da  $A$  e da  $B$  sopra  $IH$  le perpendicolari  $AM$ ,  $BN$ , e si tiri ancora dal punto del contatto  $L$  la perpendicolare  $LK$ , che sarà tangente di detti mobili, onde essendo il moto per  $AI$  composto de' moti per  $AM$  e per  $MI$ , ed il moto per  $BH$  composto de' moti per  $BN$ , e per  $NH$ , ma gli due moti  $AM$ ,  $BN$  non faranno alcun colpo in dette palle, essendo equidistanti alla loro comune tangente  $LK$ , dunque solamente con le velocità  $MI$ ,  $NH$ , secondo la direzione comune  $HI$ , si percuoteranno. Per tanto condotta dal punto  $D$  la retta  $DE$  parallela ad  $HI$ , e compiuti i parallelogrammi  $DIMa$ ,  $DHNb$ , potrà esprimersi in questa retta l'urto che farebbero i mobili posti in  $a$  ed in  $b$ , quello con la velocità  $aD$ , la quale è eguale ad  $MI$ , e questo con la velocità  $Db$ , eguale ad  $NH$ , e determinato il punto  $C$  per centro di gravità di essi mobili, ed alla  $CD$  posta eguale  $CE$ , dovranno dopo il concorso muoversi,  $A$  con la velocità  $Ea$ , e l'altro mobile  $B$  con la velocità  $Eb$ , mantenendo però

però ancora la velocità di quelle direzioni perpendicolari tra loro parallele, le quali non possono variarsi: dunque posta  $IP$  eguale ad  $Ea$ , ed erettavi la perpendicolare  $PQ$  eguale ad  $AM$ , congiunta  $IQ$ , farà la direzione e la velocità con cui il corpo  $A$  dovrà muoversi dopo il concorso col corpo  $B$ : e posta similmente  $HO$  eguale ad  $Eb$ , e tirata la perpendicolare  $OR$  eguale a  $BN$ , congiunta  $HR$ , farà la direzione e la velocità con cui si muoverà il corpo  $B$  dopo il concorso con  $A$ . Il che &c.

## COROLLARI.

I. Se il corpo  $B$  fosse quieto, ed in esso urtasse obliquamente il corpo  $A$  colla direzione  $AI$ , venuto al di lui contatto, e congiunti gli centri loro colla retta  $BI$ , sopra di cui sia tirata la perpendicolare  $AM$ , esso corpo  $A$  non farà alcuna impressione in  $B$  colla direzione e velocità  $AM$  per esser parallela ad  $LK$  tangente d'ambidue ne' loro contatti, ma solamente colla direzione e velocità  $MI$ , onde posta  $BH$  eguale ad  $MI$ , talmente riuscirebbe questa percossa, come se il corpo  $A$  fosse in  $H$ , ed urtasse il corpo  $B$  prima quieto con tale velocità  $HB$ , però divisa  $HB$  in  $C$ , di manierachè sia  $HC$  a  $CB$ , come  $B$  ad  $A$ , che farebbe  $C$  il centro di gravità di essi pesi, quando  $A$  fosse in  $H$ , posta  $CE$  eguale a  $CB$ , si muoverà il corpo  $B$  nella stessa linea, cioè per  $BN$ , eguale ad  $EB$ , e posta  $IP$  eguale ad  $EH$ , tirata la perpendicolare  $PQ$  eguale ad  $AM$ , congiunta  $IQ$ , si muoverà il corpo  $A$  dopo la percossa, con la direzione e velocità  $IQ$ , perchè averà nella direzione

Fig. 164



ne  $IP$  la velocità eguale ad  $EH$ , e nella  $PQ$  parallela, ed eguale ad  $AM$ , la stessa direzione e velocità, che prima aveva, e che non resta alterata in tale percossa, dunque anderà col moto composto di queste due velocità e direzioni, cioè per  $IQ$ .

II. Se ambidue questi corpi fossero tra di loro eguali, comechè tutta la velocità  $MI$  si comunicherebbe al corpo  $B$ , dovrebbe muoversi il percuziente  $A$  colla sola direzione e velocità della perpendicolare  $IS$ , eguale ad  $AM$ , e parallela ad essa, non essendo questa alterata in detta percossa, ma solamente perdutasi l'altra velocità  $MI$  comunicata interamente al corpo  $B$ .

Fig. 165. III. Se finalmente il corpo  $B$  fosse totalmente fisso ed immobile, ovvero infinitamente maggiore del percuziente  $A$ , doverà il mobile  $A$  ritornare indietro, come riflesso da esso corpo  $B$  per la direzione  $IQ$ , che farà l'angolo  $QIS$  di tal riflessione, eguale all'angolo dell'incidenza  $AIR$ ; Imperocchè tornando indietro colla velocità  $IM$  eguale alla velocità  $MI$  perpendicolare alla superficie di esso  $B$ , in cui ha urtato il mobile  $A$ , e seguendo a muoversi colla velocità  $MQ$  eguale ad  $AM$ , che prima aveva nella direzione parallela alla lunghezza  $RS$  di esso corpo  $B$ , dunque farà la direzione  $IQ$  eguale alla prima  $AI$ , essendo i triangoli rettangoli  $AMI$ ,  $QMI$  simili ed eguali, onde l'angolo  $MAI$  è eguale ad  $MQI$ , e gli alterni delle parallele  $AIR$ ,  $QIS$  parimente devono essere eguali, onde l'angolo dell'incidenza è eguale all'angolo della riflessione.

PRO-

## PROPOSIZIONE L.

*Se due pesi A e B siano connessi con una verga, o linea rigida AB posta orizzontalmente, cadendo parallela a se stessa, farà maggior percossa in un ostacolo E, col punto C, centro di gravità di essi pesi, che con qualunque altro punto D: ma se si muovesse circolarmente intorno ad un punto H fuori del sito d'ambidue i pesi, la maggior percossa parimente si farebbe in un tal punto C, che sia il centro de' momenti con cui si muovono tali pesi.*

Fig. 166.  
167.  
168.

**I**mperochè ricevendo il sostegno E l'incontro della verga AB nel centro C di essi pesi, quando cade parallela a se stessa, si troverà aggravato da ambidue i momenti eguali di tali pesi, di cui non può prevalere l'uno all'altro, e però dovrà sostenergli, laddove se vi cadesse nell'altro punto D, posto tra il centro C ed uno di essi pesi B, comechè sarà minore il momento del peso B dalla distanza BD che dalla BC, ed il momento di A divenendo maggiore dalla distanza AD che non era dalla AC, dividendosi A nelle parti F, X, delle quali sia Fa B come BD a DA, riuscendo D solamente il centro de' pesi B, F, questi si equilibreranno nel sostegno E, cadendovi col punto D, ma l'altra porzione X coll' eccesso del momento di A sopra quello di B seguirà a cadere, rivoltando essa verga, e però ne riuscirà minore percossa all' ostacolo E, di quella che soffrirebbe ricevendo essa verga nel punto C, unico centro de' pesi A, B, da' quali sarà totalmente aggravato.

Ma movendosi essa verga intorno al punto H,

come centro del moto, non averanno essi pesi la stessa velocità, ma farà quella di  $A$  a quella di  $B$ , in ragione delle distanze  $AH$ ,  $BH$ , e però il momento di  $A$  al momento di  $B$ , essendo in ragione composta di  $A$  a  $B$ , e di  $HA$  ad  $HB$ , dividendosi così la  $AB$  nel punto  $C$  di maniera che, sia  $BC$  a  $CA$  come il momento di  $A$  al momento di  $B$ , ed urtandosi il sostegno  $E$  da essa verga nel punto  $C$ , gli farà tale percossa, come se due pesi  $G$ ,  $K$  proporzionali a que' momenti, e congiunti colla linea rigida  $GK$ ; urtassero in  $E$ , cadendo parallelamente essa verga, col punto  $L$ , centro de' loro pesi, da cui è divisa  $GK$  nella stessa ragione, come era divisa  $AB$  nel centro de' momenti  $A$ , e  $B$ , però siccome questa verga  $GK$  dovrebbe fare nel punto  $L$  maggior percossa, che in un altro punto, così ancora la maggiore percossa della verga  $AB$ , mossa all'intorno al punto  $H$ , seguirà dall'urto del suddetto punto  $C$  centro di quei momenti. Il che &c.

## COROLLARI.

I. Se la figura piana, o solida  $DFHIE$ , cade sopra un ostacolo con moto parallelo alla sua lunghezza, similmente farà maggior percossa, urtando dirimpetto al centro di gravità di essa figura; ma se si movesse d'intorno ad un punto  $H$ , descrivendo la figura  $HMNB$ , le cui ordinate  $AM$ ,  $BN$  sieno proporzionali a' momenti delle sezioni di quel mobile (la quale dirassi la scala de' momenti loro) e trovato in questa figura il centro di gravità  $G$ , condotta  $GC$  perpendicolare alla lunghezza del mobile  $BH$ , farà nel punto  $C$  il luogo in cui farà la mag-

Fig. 169.

maggior percossa, movendosi circolarmente dal termine  $H$ , che in qualsivoglia altro punto. Fig. 170.

II. Un regolo, o bastone cilindrico  $HA$ , egualmente grosso in tutte le sue parti, girando dal termine  $H$ , farà la maggior percossa nel punto  $C$  lontano dal termine  $A$  per un terzo di sua lunghezza, perchè la scala de' momenti delle sue parti sarebbe un triangolo  $HAM$ , essendo le sezioni tra loro eguali, e le velocità proporzionali alle distanze dal centro del moto, e però i detti momenti di  $A$  e  $B$  sono come le ordinate  $AM$ ,  $BN$  di questo triangolo, il cui centro di gravità  $G$  è distante dalla base per un terzo di sua lunghezza.

## CAPITOLO IX.

*De' Pendoli.*

## PROPOSIZIONE LI.

*Se due Pendoli  $CG$ ,  $OF$  si rimovono ad angoli Fig. 171.  
eguali  $GCA$ ,  $FOD$  da' loro perpendicoli, indi si 172.  
lascino ricadere, saranno i tempi delle oscillazioni  
per gli archi simili  $ABG$ ,  $DEF$  in ragione sub-  
duplicata de' raggi  $CA$ ,  $OD$ .*

**S**I prendano in essi due archetti infinitamente piccoli tra di loro simili  $AH$ ,  $DI$ , ed altri due archetti simili  $HB$ ,  $IE$ , congiunte le rette  $AH$ ,  $DI$ , e le altre due  $HB$ ,  $IE$ , le quali concorrano con le orizzontali  $AK$ ,  $DL$  in  $K$ , ed  $L$ . È manifesto

festo, esser simili i due triangoli  $ACH$ ,  $DOI$ , e  
 gli altri due  $BCH$ ,  $IOE$ , siccome ancora i due  
 $AKH$ ,  $DLI$ , avendo i loro lati omologhi paral-  
 leli: dunque i tempi della caduta per la corda  $AH$ ,  
 e per l'altra  $DI$  egualmente inclinata, sono in sub-  
 duplicata ragione di  $AH$  a  $DI$ , e però in ragione  
 subduplicata di  $CA$  ad  $OD$ , e similmente in tale  
 ragione sarebbe il tempo per  $KH$  al tempo per  $LI$ ,  
 o il tempo per tutta la  $KB$  al tempo per tutta l'  
 $LE$  dunque ancora il tempo per la rimanente  
 $HB$  al tempo per la rimanente  $IE$ , dopo la di-  
 scesa di  $HA$ , e di  $ID$ , è sempre nella stessa ragio-  
 ne, o fosse fatto il moto per le rette  $KH$ ,  $LI$ , o  
 per l'altre  $AH$ ,  $DI$ , essendo la stessa velocità acqui-  
 stata tanto per  $KH$ , che per  $AH$ , con cui s'inoltra  
 il mobile per  $HB$ : ed altresì la medesima veloci-  
 tà acquistata per  $LI$ , che per  $DI$ , con cui pro-  
 seguirebbe il moto per  $IE$ , onde divisi gli archi  
 ancora rimanenti  $BG$ ,  $EF$  in altri archetti simili,  
 le corde de' quali sarebbero in questo, e in quel-  
 lo poligoni simili inscritti in detti archi, e per la  
 loro minima piccolezza convenienti con detti ar-  
 chi, è chiaro, che il tempo per tutte le corde  
 inscritte nell' arco  $AG$ , al tempo per altrettante  
 inscritte nell' arco  $DF$ , sarà in ragione subduplica-  
 ta del raggio  $CA$  al raggio  $OD$ , e però anco-  
 ra i tempi delle oscillazioni di questi pendoli per  
 gli archi simili sono in detta ragione. Il che &c.

#### COROLLARI.

I. Quindi le lunghezze de' pendoli sono come  
 i quadrati de' tempi, per cui fanno archi simili,  
 ed i tempi di tali oscillazioni sono come le radi-  
 ci

ci quadrate di esse lunghezze: così il tempo della oscillazione d'una lampada pendente per una corda di sedici braccia, al tempo con cui un'altra lunga nove braccia fa simile oscillazione, starà come quattro a tre, che sono le radici quadrate di sedici, e nove.

II. Il numero delle oscillazioni eguali fatte in un dato tempo da qualche pendolo, al numero di eguali vibrazioni fatte da un altro pendolo nello stesso tempo, faranno reciprocamente come il tempo di una vibrazione per detto pendolo, al tempo di una vibrazione simile del primo: così se il pendolo di sedici braccia facesse in un minuto primo vibrazioni 21. quell'altro di braccia nove ne farebbe nello stesso tempo 28. essendo 28. a 21. come 4. a 3. cioè come il tempo della vibrazione del pendolo di sedici braccia, al tempo di una vibrazione del pendolo di nove braccia.

III. Quindi dal numero delle vibrazioni d'una Lampada sospesa dalla volta d'una Chiesa, per piccoli archetti simili insegnò il Galileo poterli ritrovare l'altezza di essa; Imperocchè se si avesse un pendolo d'una braccio e quattro quinti, la cui vibrazione si fa in un secondo minuto, farebbe questo in un minuto primo sessanta vibrazioni, però se si vedesse nello stesso tempo di un minuto primo fare la lampada solamente dodici vibrazioni, si dovrebbe inferire, essere l'altezza di detta lampada connessa colla sua fune alla volta per un intervallo di braccia quarantacinque, essendo sessanta a dodici, come cinque ad uno, onde il tempo d'una vibrazione della lampada, al tempo di una simil vibrazione del pendolo piccolo, sarà in simil

ra-

ragione di 5. ad 1. che 'è ragione subduplicata di esse lunghezze, di cui farà quella venticinque volte maggiore di questa, come è il quarantacinque rispettivamente all' uno con quattro quinti.

### PROPOSIZIONE LII.

*Fig. 173. Movendosi il pendolo CA per qualunque arco del quadrante GBA, le forze, con cui si muove in qualunque sito, sono come i seni degli angoli fatti col perpendicolo dal peso di esso pendolo sollevato, e le forze centrifughe sostenute dal fisso punto C, intorno a cui si muove, sono come i seni degli angoli, che fa l' inclinazione di esso pendolo con l' orizzonte CG.*

**I**mperochè giunto il pendolo in qualunque sito  $GB$ , e condotta la tangente  $BE$  dell' arco fino all' orizzontale  $CG$ , si tiri ancora la  $DH$  perpendicolare al raggio  $CB$ , che sarà parallela alla tangente  $BE$ : è manifesto, che la forza, con cui si muove il peso di esso pendolo nel sito  $B$  dell' arco, è quella che averebbe nel piano inclinato  $BE$ , che tocca esso arco, dunque sta questa forza alla sua gravità assoluta, che averebbe nel perpendicolo, come  $DB$  a  $BE$ , o come  $CD$  (che è eguale a  $BF$ ) al raggio  $CB$ , essendo queste rette proporzionali, dunque in qualunque sito si trovi esso pendolo, sarà la forza, con cui si muove, alla gravità assoluta, come  $BF$  seno dell' angolo  $BCA$  al raggio  $CB$ , e la gravità assoluta starebbe alla forza, con cui si movebbe il globo per qualunque altro punto dell' arco, similmente come il raggio, al seno di quell' angolo, che farebbe il pendolo colla perpendicolare.

lare medesima  $CA$ , dunque le forze, con cui si muove esso globo in più siti dell'arco, sono come i seni di detti angoli fatti col perpendicolo, secondo la situazione del pendolo. Essendo poi ancora  $CD$  a  $CB$ , come  $DH$  a  $DB$ , sarà quella forza, con cui si muove il peso alla sua gravità assoluta, con cui si moverebbe nel perpendicolo, come  $DH$  a  $DB$ , però essa gravità assoluta espressa per  $DB$  risolvendosi nelle due forze  $DH$ ,  $HB$ , di cui quella si pratica nel sito  $B$  per l'inclinazione della tangente  $BE$  parallela a  $DH$ , sarà l'altra forza rimanente  $HB$  quella forza centrifuga, con cui esso peso contende di ritirarsi per la direzione  $AB$  dal centro  $C$ , il quale con egual forza opposta deve ritenerlo, dunque sta ancora la gravità assoluta del peso, alla forza centrifuga di esso nel sito  $B$ , come  $DB$  a  $BH$ , cioè come il raggio  $CB$  al seno  $DB$  dell'angolo fatto da esso pendolo coll'orizzontale  $CG$ , ed in qualunque sito ciò essendo, faranno sempre le forze centrifughe, come i seni degli angoli che fa il pendolo in qualunque posto coll'orizzonte. Il ch'è &c.

## COROLLARI.

I. Alzando sopra i punti dell'arco  $ABG$  le rette eguali a' detti seni  $BF$ , corrispondenti agli angoli fatti dal pendolo col perpendicolo in qualunque sito, ne siuscirà la scala delle forze, con cui si muove ne' detti punti il globo attaccato al pendolo nelle sue vibrazioni, la qual figura sarebbe l'ungula tagliata dalla superficie cilindrica per un piano inclinato ad angolo semiretto, di cui è nota la quadratura.

Il.



II. Le forze centrifughe, essendo come i seni  $BD$ , o come le distanze  $CF$  dall'orizzonte, saranno in subduplicata ragione delle velocità acquistate per la caduta di tutto il quadrante  $GBA$ ; Imperocchè la velocità in  $B$  sarebbe la medesima che quella si acquisterebbe per la discesa  $CF$ , e la velocità acquistata per tutto l'arco  $GBA$  sarebbe come quella che si acquisterebbe colla caduta  $CA$ , le quali velocità sono in subduplicata ragione di  $CF$  a  $CA$ , e però essendo la forza centrifuga in  $B$  a quella in  $A$ , come  $DB$ , ovvero  $CF$  a  $CA$ , sono in subduplicata ragione delle velocità ivi acquistate.

III. Caduto il globo per tutto il quadrante  $GBA$  parmi, che dovrà tirare il centro  $C$  doppiamente di quando gli era attaccato fermo, perchè ivi lo tirava solamente colla sua gravità assoluta, ma dopo quella discesa, vi si trova ancora la forza centrifuga, che è come il raggio  $CA$ , siccome la gravità assoluta era proporzionale al medesimo raggio.

### PROPOSIZIONE LIII.

*Se il filo d'un pendolo  $CD$  voltandosi d'intorno alla Cicloide  $CNA$  descritta dal cerchio  $AGB$ , il cui diametro  $AB$  sia la metà di esso filo, farà la vibrazione  $AMD$ , scostandosi da quella curva, e ritornando perpendicolare all'orizzonte, farà la curva dal peso  $D$  descritta, simile, ed eguale a detta Cicloide.*

**O**Rdinata  $EN$  parallela alla base  $BC$ , e tiratane un'altra infinitamente prossima  $YO$  si condu-

ducano le corde  $AK$ , ed  $AG$ , questa segante la  $YK$  in  $L$ , e tirate  $OP$ ,  $KH$ ,  $LF$ , parallele ad  $AB$ , e col centro  $A$  descritto l'arco circolare  $KI$ , intendasi per lo punto  $N$  passare il cerchio  $VNQ$  nel sito in cui descrive l'arco della Cicloide  $AON$ . E' manifesto, che l'ordinata  $EN$  è eguale alla somma dell'arco circolare  $AG$ , e del seno  $GE$ , imperocchè rivoltatosi il semicircolo  $BGA$  sopra la retta  $BC$ , con la quale rivoluzione il vertice  $A$ , descrivendo la curva, è venuto in  $N$ , e quando fosse arrivato in  $C$ , dove finisce la curva  $ANC$ , si sarà adattata tutta la semicirconferenza  $BGA$  alla base  $BC$ , la quale gli farà eguale, dunque essendo il cerchio nel detto sito  $VNQ$ , dovrà essere l'arco  $Vb$  eguale alla retta  $BV$ , ed il rimanente arco  $VN$  eguale al resto della base  $VC$ , però essendo  $XN$ , eguale al seno  $EG$ , e la retta  $EX$  eguale a  $BV$ , cioè all'arco  $Vb$ , che pure è eguale all'arco corrispondente  $QN$ , ovvero ad  $AG$ , perciò farà tutta l'ordinata  $EN$ , eguale alla somma dell'arco  $AG$ , e del seno  $GE$ , e così ancora l'altra ordinata  $YO$ , farà eguale alla somma dell'arco  $AK$ , e del seno  $KY$ : quindi  $PN$  differenza delle ordinate  $EN$ ,  $YO$  farà eguale alla somma di  $GK$ , differenza degli archi, e della  $GH$ , differenza de' seni corrispondenti: onde essendo  $GK$  eguale a  $KL$ , come la tangente  $KR$  eguaglia la tangente  $AR$  del circolo, ed essa  $KL$  essendo eguale ad  $FH$ , farà dunque  $PN$  eguale a  $GF$ , che è la somma della differenza de' seni  $GH$ , e della  $HF$ , differenza degli archi eguale a  $GK$ , ed essendo ancora  $OP$  eguale, e parallela ad  $LF$ , farà  $GL$  parallela, ed eguale ad  $NO$ , onde la tangente del-

la Cicloide  $NQ$ , farà eguale, e parallela alla corda  $GA$ ; e perchè nel triangolo  $GKL$  isoscele l'arco  $KI$  è perpendicolare alla base  $GL$ , la divide per mezzo, però  $NO$  eguale a  $GL$  è doppia di  $GI$  differenza delle corde  $AG$ ,  $AK$ , onde la porzione della curva  $AN$  deve esser doppia della corda  $AG$ , e tutta la curva  $ANC$  doppia del diametro  $AB$ , come si suppone essere il filo  $CD$ , il quale però complicandosi con essa curva ad esso eguale, si combagherà totalmente con la medesima, e quindi poi distraendosi in qualunque parte dell'oscillazione  $AM$ , farà nel sito  $MN$  tangente di essa curva, alla cui parte  $AN$  essendo eguale  $MN$ , parte del filo scostatosi da essa, riuscirà  $MN$  doppia di  $NQ$ , e condotta  $MS$  perpendicolare ad  $MQ$  concorrente col diametro del cerchio  $VQ$  in  $S$ , farà il triangolo  $QMS$  eguale al triangolo  $QNV$ , essendo  $MQ$  eguale a  $QN$ , e l'angolo  $MQS$  eguale all'altro  $NQV$ , e gli angoli in  $M$ , ed in  $N$  retti, però il semicircolo descritto intorno l'angolo  $QMS$  farà eguale all'altro semicircolo  $QNV$ , e l'arco  $QM$  essendo eguale all'arco  $QN$ , ed ancora all'arco  $AG$ , siccome l'arco  $AG$  eguaglia la retta  $GN$ , la quale è eguale alla retta  $AQ$ , farà l'arco del semicircolo  $QM$  eguale ad essa  $AQ$ , e però il punto  $M$  farà nella Cicloide descritta sopra la retta  $AZ$  dal medesimo circolo; dunque esso pendolo  $CD$  descriverà la curva  $AMD$ , eguale alla Cicloide  $ANC$ , a cui era applicato. Il che &c.

#### COROLLARIO.

Se faranno due Cicloidi eguali  $CNA$ ,  $CT$ , il pendolo  $GD$  nella sua vibrazione descriverà inte-  
ra

ra la Cicloide, o qualche parte di essa, secondo che sarà applicato, o a tutta la Cicloide  $ANC$ , o alla sola porzione  $NC$  di essa.

## PROPOSIZIONE LIV.

*Lo stesso pendolo interposto alle curve Cicloidali CNA, CT, qualunque vibrazione faccia, o per tutta la curva AMD, o per la sola parte di essa MD, si farà sempre in tempo eguale.*

Tavola  
XVIII.  
Fig. 175.

**S**I tiri l'ordinata  $MP$  segante il cerchio genitore in  $K$ , ed il diametro in  $P$ , e tirata qualunque altra ordinata  $FR$  segante il cerchio in  $I$ , condotte le corde  $DK$ ,  $DI$ , si faccia come  $DK$  a  $DI$ , così il diametro  $DZ$  ad un'altra corda del cerchio  $DH$ , e per lo punto  $H$  si tiri un'altra ordinata  $BHO$ ; essendosi dunque dimostrato, che le porzioni della curva Cicloidale prese dal vertice sono il doppio delle corde corrispondenti nel cerchio, siccome sta  $DK$  a  $DI$ , come  $DZ$  a  $DH$ , così pure starà  $DM$  a  $DF$ , come  $DA$  a  $DB$ , e permutando  $DM$  a  $DA$ , come  $DF$  a  $DB$ : onde presa una porzione  $FG$  infinitamente piccola della curva  $DF$ , se si farà come  $DM$  a  $DA$ , così  $DG$  a  $DB$ , queste pure saranno come  $DF$  a  $DB$ , e la rimanente  $FG$  alla rimanente  $BE$  sarà nella stessa proporzione: onde saranno parti infinitesime proporzionali, e però simili alle intiere  $DF$ ,  $DB$ , ed alle  $DM$ ,  $DA$ : essendo poi i quadrati delle corde  $DK$ ,  $DI$ ,  $DZ$ ,  $DH$  proporzionali alle rette  $DP$ ,  $DR$ ,  $DZ$ ,  $DO$ , perchè moltiplicate tutte nel diametro  $DZ$ , fanno rettangoli eguali a' detti qua-

drati, secondo che saranno proporzionali i quadrati  $DK, DI, DZ, DH$ , farà pure  $DP$  a  $DR$ , come  $DZ$  a  $DO$ , e la rimanente  $PR$  alla rimanente  $OZ$  sarà nella stessa proporzione degli antecedenti  $DP, DZ$ , cioè in ragione duplicata della  $DK$  alla  $DZ$ , che è quella de' loro quadrati, o dicasi in ragione duplicata dalla curva  $DM$  alla  $DA$ , o della infinitesima  $FG$  alla infinitesima  $BE$ ; ma la ragione delle altezze  $PR, ZO$  è pure duplicata delle velocità concepute nelle discese per  $MF$ , e per  $AB$ , dunque gli spazi  $FG, BE$  essendo proporzionali alle velocità concepute per tali discese, dovranno farsi nel medesimo tempo, il che sempre accadendo, ed essendo altrettante le infinitesime parti  $FG$  in  $DM$ , che le infinitesime  $BE$  in  $DA$ , si dovrà fare nel medesimo tempo la vibrazione  $MD$ , come tutta la  $AD$ , cominciata quella dalla quiete in  $M$ , e questa dalla quiete in  $A$ , però qualunque vibrazione fatta dal pendolo interposto fra le Cicloidi  $CN, CT$ , dirassi isocrona, cioè di tempo eguale.

#### C O R O L L A R I O .

Quindi è manifesto, che le vibrazioni fatte circolarmente da un pendolo libero non sono eguali, facendosi ora per un arco più ampio, ora per uno più piccolo, anzi devono farsi più tardi le oscillazioni maggiori, che le minori, perchè, se applicandosi il filo alla Cicloide fa nello stesso tempo l'arco  $AMD$ , che il solo arco più stretto  $MD$ , fa discesa per le parti più alte  $AB, AM$  facendosi con più corta lunghezza del filo tangente la superiore Cicloide in  $V$ , ed in  $N$ , deve fare queste  
parti

parti più presto, che se liberamente il filo intero si vibrasse, descrivendo un quarto di circolo, perchè nelle parti superiori di esso più tardi si muoverebbe, che per le parti  $AM$ ,  $AB$  della Cicloide co' fili più corti  $NM$ ,  $VB$ ; onde Cristiano Ugenio esattamente fece inferire il pendolo dell'Orologio tra due porzioni Cicloidali, acciò riescano isocrone le oscillazioni regolari da essi fatte, o per arco più ampio, o più angusto.

## PROPOSIZIONE LV.

*Il tempo di qualunque oscillazione FDG, ovvero dell'intera ADV, fatta dal pendolo CD interposto alle curve Cicloidali CN, CT sta al tempo della caduta per l'asse di essa Cicloide ZD, che è la metà del filo CD, come la Periferia del circolo al suo diametro.* Fig. 176.

**S**I tirino due ordinate infinitamente prossime  $BO$ ,  $MP$  seganti la periferia del circolo genitore ne' punti  $H$ ,  $K$ , e condotta la tangente del cerchio  $HR$ , si tirino le corde  $ZH$ ,  $DHS$ , la quale prolungata sega in  $S$  la base della Cicloide  $AV$ , e conviene in  $L$  con la seconda ordinata  $MP$ . Supponendo, che un mobile con la velocità acquistata dalla caduta  $CD$ , si muovesse equabilmente per la circonferenza  $DXZH$ , sarebbe il tempo per  $HK$  al tempo della discesa per  $BM$  del pendolo, che descrivesse la curva  $AMDV$ , in ragione composta della diretta degli spazi  $HK$ ,  $BM$ , e della reciproca delle velocità adoperate in  $B$ , ed in  $H$ , ma la prima ragione è quella di  $HK$  ad  $HL$ , (essendo  $HL$  eguale a  $BM$ ) cioè di  $HR$  ad  $HS$ , la secon-

da poi, è di  $HZ$  a  $ZD$ , ovvero di  $HS$  ad  $SZ$ , dunque il tempo per  $HK$  al tempo per  $BM$ , sta come  $HR$ , o come la sua eguale  $RZ$  ad  $SZ$ , cioè in ragione subduplica, quale è quella appunto della  $ZD$  alla  $CD$ : dunque convertendo il tempo per tutta la oscillazione per la curva  $ADV$ , al tempo del moto equabile per tutta la circonferenza  $DXZHD$  è come  $CD$  a  $DZ$ : ma il tempo del moto equabile per la circonferenza, al tempo del moto equabile per  $CD$  colla stessa velocità ottenuta nella caduta  $ZD$ , il qual tempo sarebbe il medesimo di tale caduta, starebbe come la circonferenza suddetta alla lunghezza del filo  $CD$ , dunque per l'egualità perturbata, il tempo per la oscillazione  $ADV$  al tempo per la caduta nel perpendicolo  $ZD$ , è come la circonferenza  $DXZHD$  al suo diametro  $ZD$ , e così può dirsi ancora del tempo di qualunque altra minor vibrazione  $BDG$ , essendo tutte contemporanee.

### C O R O L L A R I .

I. Le lunghezze de' pendoli saranno in duplicata ragione de' tempi delle loro vibrazioni, essendo ancora le metà delle loro lunghezze, come i quadrati de' tempi delle discese perpendicolari per tali metà, ed i tempi di tali discese a' tempi delle vibrazioni de' pendoli intieri, nella medesima ragione del diametro alla periferia circolare.

II. Se nello stesso tempo, in cui il pendolo fa una vibrazione, cadesse un grave perpendicolare, farebbe lo spazio fatto da questo alla metà della lunghezza di quel pendolo, come il quadrato della periferia circolare al quadrato del diametro, essen-

essendo gli spazi fatti perpendicolarmente cadendo in ragione duplicata de' tempi, onde siccome un pendolo negli Orologi Astronomici fa qualunque vibrazione in un minuto secondo con la lunghezza di tre piedi, e otto linee della misura di Parigi, dovrà un mobile cadere perpendicolarmente in un minuto secondo per quindici piedi di Parigi, ed un'oncia in circa, essendo tal lunghezza a quella della metà di esso pendolo, come il quadrato della periferia circolare al quadrato del suo diametro.

## PROPOSIZIONE LVI

*Se due pesi A, B sono congiunti in un pendolo con un filo, o verga inflessibile CB, il punto D della maggior percossa assegnato nella Proposizione 50. sarà il centro d'oscillazione, di maniera che nello stesso tempo dovrà vibrarsi esso pendolo CBA come un pendolo della lunghezza CD, che avesse nello stesso punto D uniti i pesi medesimi.* Fig. 177.

**I**mperochè essendo in *D* il centro del momento de' pesi *A, B*, lo stesso ivi sarebbe se fossero ambidue i pesi in esso punto *D* raccolti, e però nell'uno, e nell'altro caso dovrà farsi una simile, ed eguale vibrazione da tali pendoli. Il che &c.

## COROLLARI.

I. Si trova adunque il centro d'oscillazione, con dividere la distanza de' pesi *A, B* in *D* reciprocamente in ragione de' loro momenti, cioè in maniera, che stia *AD*, a *DB* nella ragione composta de' pesi, e delle loro velocità, cioè di *B* ad *A*, e



di  $BC$  ad  $AC$ , essendo tali distanze dal centro del moto  $C$ , in ragione delle loro velocità; e se fossero essi pesi tra loro eguali, essendo i loro momenti solamente in proporzione delle loro velocità, basterà, che si faccia  $AD$  a  $DB$ , come  $BC$  a  $CA$ , che così sarà  $D$  il centro de' loro momenti, e della loro oscillazione.

II. Essendo ancora un solo peso  $GF$  sferico, o cilindrico appeso al filo, non dovrà misurarsi la lunghezza del pendolo solamente dal suo centro di gravità  $E$  al centro del moto  $C$ , ma diviso esso mobile in due parti eguali  $IFH$ ,  $HGI$ , i cui centri di gravità siano in  $A$ , e in  $B$ , dovrà farsi come  $BC$  ad  $AC$ , così  $AD$  a  $DB$ , e sarà il punto  $D$  il centro d'oscillazione, e però dovrà prendersi  $CD$ , e non  $CE$  per la lunghezza di esso pendolo.

III. Anzi non essendo il filo stesso privo di gravità, ma bensì un regolo, o una lama di ferro, o di ottone, converrà pure far conto di tal peso, e computandolo col peso del mobile trovarne il centro del momento, per determinarne il centro d'oscillazione, e la vera lunghezza di esso pendolo.

IV. Movendosi qualunque solido  $CIH$  dal suo vertice  $C$ , come un pendolo, ritrovatone il sito del punto  $D$  in cui farebbe la massima percossa, come si è insegnato nella Proposizione 50. sarà esso  $D$  il centro delle oscillazioni: onde per il Corollario 2. di detta Proposizione 50. se il solido sarà egualmente grosso da per tutto, come un Prisma, un Cilindro, un Parallelepipedo, sarà  $CD$  due terzi di sua lunghezza  $CG$ , essendo detto centro  $D$  distante un terzo dalla base  $IH$ , come il centro di gravità di un triangolo, che farebbe la scala de'

mo-

momenti delle sezioni di esso cilindro; e se  $CIH$  fosse una piramide, ovvero un cono, farebbe  $CD$  quattro quinti della lunghezza intera  $CG$ , come il centro d'equilibrio in un trilineo della parabola cubica, la quale farebbe la scala de' momenti di quel solido piramidale, ovvero conico. Fig. 180.

## CAPITOLO X.

*Della resistenza de' solidi.*

## DEFINIZIONI.

I. **L**A resistenza de' solidi assoluta dicesi quella forza, con cui resistono alla divisione delle loro parti, tratte direttamente da una potenza, che con direzione perpendicolare alla sezione da farsi, cerca di separare esse parti.

II. La resistenza rispettiva è quella forza, con cui resiste alla direzione di esse parti sopra il sostegno, tratte da quella potenza, che con direzione, o parallela alla base, o inclinata ad essa obliquamente, cerca di strappare esso solido dalla linea, sopra di cui è retto.

## SUPPOSIZIONE.

Qualunque sia la forza con cui sono coerenti le parti del solido, e resistono alla loro separazione, essendo egualmente diffusa in qualunque sito di tali parti omogenee, siccome da per tutto vi è gravità eguale, può concepirsi ancora la forza di tali

re-

resistenze, come raccolta nel centro di gravità di qualunque sezione, cui sta applicata per impedirne la rottura nel medesimo piano: è perchè dipende la resistenza assoluta dalla quantità delle fibre, di cui le sezioni sono composte, e connettono una parte con l'altra, perciò in diverse sezioni del medesimo solido, o di due solidi composti della medesima materia, possono supporli le loro resistenze assolute proporzionali a quelle sezioni medesime, in cui stanno per impedirne la divisione.

## PROPOSIZIONE LVII.

*Fig. 181.* Di qualunque solido  $EBFL$ , fisso per esempio nel muro sopra il sostegno  $EF$  colla sezione  $EBF$ , il cui centro di gravità  $C$ , sarà la resistenza assoluta alla resistenza rispettiva di esso, come la lunghezza  $DL$ , con cui si sporge oltre il sostegno, se è perpendicolare alla direzione del peso  $LG$ , che cerca di separarlo, o come la perpendicolare  $DL$  condotta dal sostegno alla detta direzione, alla distanza  $CD$ , del centro di essa sezione dal medesimo sostegno.

**S**ia  $H$  la potenza, che tirando il solido per la direzione  $CA$  perpendicolare alla base  $EBF$ , eguagli appunto la resistenza assoluta di esso, di manierachè accresciuta di qualunque minimo peso potesse vincerla, e separare il solido da detta base: sia ancora la potenza  $G$  applicata nell'estremo termine  $L$ , la quale tirando il solido con la direzione  $LG$ , cui sia perpendicolare  $DL$ ; ne eguagli la resistenza rispettiva, di manierachè se vi si aggiungesse qualche minimo peso, potesse rompere

perchè il solido sopra il sostegno  $EF$ , e vincerne la resistenza rispettiva. Sarà dunque il momento di  $G$  eguale al momento di  $H$ , potendo l'una, e l'altra rompere il medesimo corpo nella stessa sezione: dunque sarà eguale il momento della potenza  $G$ , al momento della resistenza assoluta, che si concepisce nel centro  $C$ , e però nel vette istesso  $CDL$ , sarà la resistenza assoluta, posta in  $C$ , alla resistenza rispettiva eguale al peso  $G$ , posto in  $L$ , come reciprocamente  $DL$  a  $CD$ , per essere i loro momenti eguali. Il che &c.

## COROLLARI.

I. Ciò vale in qualunque specie di solidi, o siano d'uniforme grossezza, o si vadino assottigliando, o ingrossando nelle sezioni parallele alla base, purchè si astragga dal peso del medesimo solido, e solo si attenda per ora la di lui lunghezza, e la qualità della base infissa nel muro, e non le altre sezioni le quali non accrescono nè diminuiscono la facilità della divisione del solido da essa base.

II. Se le basi de' solidi egualmente lunghi  $EBFL$ ,  $IBKL$  avranno lo stesso centro di gravità  $C$ , faranno le loro resistenze rispettive, siccome ancora le resistenze assolute, proporzionali alle loro basi; Imperocchè essendo le resistenze assolute del primo solido, e del secondo, come le potenze  $H$ ,  $M$  pronte a dividerlo, e le resistenze loro rispettive  $G$ ,  $N$  pronte a strapparlo sop<sup>ta</sup> al sostegno, siccome tanto  $H$  a  $G$  è come  $DL$  a  $DC$ , quanto ancora  $M$  ad  $N$  farebbe nella stessa ragione di  $DL$  a  $DC$ , dunque ancora permutando  $H$  ad  $M$ , sia come  $G$  ad  $N$ , e però le resistenze as-

Fig. 182.

so-

solute di questi solidi proporzionali a quelle basi, sono ancora come le resistenze rispettive  $GN$ , le quali però sono proporzionali a dette basi.

Fig. 183. III. Le resistenze rispettive de' solidi di diversa lunghezza  $DL$ ,  $DP$  su la medesima base  $EBF$ , faranno reciproche alle dette lunghezze, perchè se  $G$  eguaglia la resistenza del solido più corto, ed  $H$  quella del più lungo, sarà  $G$  alla resistenza assoluta della base comune, come  $CD$  a  $DL$ , e questa resistenza sarà al peso  $H$ , come  $PD$  a  $CD$ ; dunque per l'ugualità perturbata,  $G$  ad  $H$ , è come  $DP$  a  $DL$ .

Fig. 184. IV. Se fossero basi eguali, i cui centri di gravità  $C$ , ed  $I$  siano diversamente lontani dal sostegno, sarà la resistenza del solido, su la base  $FEB$  alla resistenza assoluta del medesimo, come  $CD$  alla sua lunghezza  $DL$ , e la resistenza rispettiva dell' altro solido sopra la base  $RST$  nella medesima lunghezza, sarà alla sua resistenza assoluta, come  $ID$  a  $DL$ , e però la resistenza rispettiva del primo a quella del secondo, è come  $CD$  a  $DI$ , che sono le distanze de' loro centri dal sostegno.

V. E però lo stesso solido, la cui base si disponga in diverso sito, ove abbia il centro di gravità più lontano, o più vicino al sostegno, averà la resistenza rispettiva, ivi maggiore, ivi minore nella proporzione delle distanze centrali.

Fig. 185. VI. La canna vota la cui base è l'armilla  $IKFG$ , ha maggior resistenza rispettiva, che un cilindro egualmente lungo, il cui cerchio fosse eguale alla detta armilla, cioè il cui raggio  $CD$  sia eguale alla perpendicolare  $GH$ , condotta dal termine della canna interiore  $G$ , sopra il diametro; Imperocchè  
la

la distanza del centro di gravità della canna  $EF$ , eguale al raggio  $EH$ , è maggiore della distanza centrale  $CD$ , eguale alla perpendicolare  $GH$ .

## PROPOSIZIONE LVIII.

*Ne' diversi solidi  $EBFL$ ,  $TVRO$  la resistenza rispettiva del primo a quella del secondo, è in ragione composta di quella delle basi  $EBF$ ,  $TVR$ , e delle distanze centrali  $CD$ ,  $IS$ , e della reciproca delle loro lunghezze  $SO$ ,  $DL$ .*

Fig. 186.  
187.

**I**L peso  $G$  eguagli la resistenza rispettiva del primo solido, ed il peso  $N$  quella del secondo: sarà  $G$  alla resistenza assoluta del primo, come  $CD$  a  $DL$ , e la resistenza assoluta del primo a quella del secondo, è come la base  $EBF$  alla base  $TVR$ , e questa resistenza assoluta del secondo al peso  $N$ , come  $SO$  ad  $IS$ , dunque la ragione di  $G$  ad  $N$ , cioè della resistenza rispettiva del primo solido a quella del secondo, ha gli antecedenti  $EBF$ ,  $CD$ ,  $SO$ , ed i conseguenti  $TVR$ ,  $IS$ ,  $DL$ , dunque è in ragione composta di quella delle basi, e delle distanze centrali direttamente, e reciprocamente della lunghezza di tali solidi. Il che &c.

## COROLLARI.

**I.** Se le sezioni de' solidi sono triangoli, o rettangoli, o parabole, in cui le distanze del centro di gravità dalla base sono proporzionali alle loro altezze, la proporzione composta della ragione delle sezioni, e delle distanze centrali, potrà dirsi composta delle loro basi, e de' quadrati delle loro altezze, ed essendo ancora simili le figure di esse  
se-

sezioni, essendo ancora la ragione delle basi, eguale a quella delle altezze, sarà la stessa ragione composta delle sezioni, e delle distanze centrali, triplicata di quella delle altezze, onde potrà dirsi, che la resistenza rispettiva nell'una, alla resistenza rispettiva nell'altra, sia in ragione composta di quella de' cubi dell' altezze di tali sezioni simili, e della reciproca delle lunghezze de' loro solidi.

II. E se fossero ancora i corpi solidi simili, le cui lunghezze sarebbero proporzionali alle altezze delle sezioni simili, la ragione reciproca delle lunghezze diminuirà la triplicata delle altezze, cioè de' loro cubi, onde rimarrà la ragione delle resistenze rispettive ne' corpi simili puramente duplicata dalle altezze, o di altri omologhi lati delle sezioni, cioè come i quadrati di tali linee.

III. Se fossero ne' due solidi le lunghezze proporzionali al prodotto delle sezioni, e delle distanze centrali, sarebbero le resistenze rispettive eguali nell' uno, e nell' altro solido, perchè le ragioni eguali reciproche compongono la proporzione di egualità; Ed ancora ne' solidi egualmente lunghi, se fossero le sezioni reciproche delle distanze centrali, oppure le basi reciproche de' quadrati delle altezze, quando le sezioni fossero parallelogrammi, o triangoli, o parabole di qualunque genere, sarebbero pure le loro resistenze eguali.

### PROPOSIZIONE LIX.

*Descrivere vari solidi, che fissi nel muro in qualunque delle loro parallele sezioni, mantengono sempre egual resistenza rispettiva, qualunque la loro lunghezza, ora maggiore riesca, ora minore, purchè non si computi il loro peso.*

Pre-

Tavola  
XIX.  
Fig. 188.

**P**Resa qualunque figura piana  $ABDF$  posta orizzontalmente, si aggiunga all'istesso asse  $AF$  un' altra figura verticale  $ARHF$ , in cui sia il quadrato dell' ordinata  $AR$  al quadrato di qualunque ordinata  $GH$ , in ragione composta di  $AF$  ad  $FG$ , e della reciproca delle ordinate  $DG$ ,  $AB$  in cotesta figura: oppure, data la figura verticale  $ARHF$ , si descriva l' altra orizzontale  $ABDF$ , in cui l' ordinata  $AB$  all' ordinata  $GD$  sia in ragione composta di  $AF$ , ad  $FG$ , e reciprocamente de' quadrati  $GH$ ,  $AR$  delle ordinate dell' altra verticale; Se si moltiplicherà la figura orizzontale nella verticale, compiendosi i rettangoli delle ordinate  $BARC$ ,  $DGHE$ , ne riuscirà un solido, che in qualunque di tali sezioni fisso nel muro, averà egual resistenza rispettiva: imperocchè essendo il prodotto della sezione rettangola  $BARC$  nella sua distanza centrale dal sostegno, al prodotto dell' altra sezione rettangola  $DGHE$  nella sua distanza centrale, che averebbe nel sostegno  $GD$ , in ragione composta del quadrato  $AR$  al quadrato  $GH$ , e della larghezza  $AB$  alla larghezza  $GD$  (per il Corollario 1. della Proposizione precedente) ed essendo il quadrato  $AR$  al quadrato  $GH$  in ragione composta di  $AF$  ad  $FG$ , e di  $GD$  ad  $AB$ , dunque la lunghezza  $AF$  alla lunghezza  $GF$ , sarà in ragione composta de' quadrati  $AR$ ,  $GH$ , e di  $AB$  a  $GD$ , e però saranno tali lunghezze proporzionali a' prodotti delle sezioni nelle distanze loro centrali, onde le resistenze rispettive saranno eguali nell' uno, e nell' altro sito, per il Coroll. 3. della Proposizione precedente.

Co-



## COROLLARI.

Fig. 183. I. Quindi il prisma Parabolico fatto dalla Parabola verticale  $ARHF$ , e dall' Orizzontale rettangolo  $FAB$ , è un solido, che impegnato nel muro in qualunque sua sezione  $ABCR$ ,  $GDEH$ , farà di egual resistenza, come insegnò il Galileo; Imperocchè il quadrato  $AR$  al quadrato  $GH$  essendo come  $AF$ , ad  $FG$ , ed essendo  $GD$  eguale ad  $AB$  la ragione composta di  $AF$  ad  $FG$ , e di  $GD$  ad  $AB$ , è la medesima che della sola  $AF$  ad  $FG$ , cioè de' quadrati delle ordinate  $AR$ ,  $GH$  nella parabola.

Fig. 190. II. Ancora il prisma triangolare  $ABECR$ , il cui triangolo è orizzontale, ed il rettangolo verticale, avrà egual resistenza rispettiva in qualunque sezione  $ABCR$ ,  $GDEH$ , come indicò il Sig. Viviani: perchè essendo eguali le ordinate del rettangolo  $AR$ ,  $GH$ , i loro quadrati sono pure in ragione di  $AF$  ad  $FG$ , e di  $GD$  ad  $AB$ , che è la stessa di  $GF$  ad  $AF$ , onde è ragione di egualità.

Fig. 191. III. Una Conoide fatta dalla parabola cubica  $FDBA$  girata intorno all' asse  $AF$ , oppure qualunque solido fatto da essa con quadrati, o altre simili figure  $ABCR$ ,  $GDEH$ , descritte dalle sue ordinate, farà un corpo di egual resistenza nelle sue sezioni, o circolari, o quadrate, o triangolari &c. fissi nel muro, perchè essendo la figura verticale  $ARHF$  eguale, o simile all' orizzontale  $ABDF$ , il cubo  $AR$  al cubo  $GH$ , essendo come  $AF$  ad  $FG$ , cioè come il cubo  $AB$  al cubo  $GD$ , deve essere il quadrato  $AR$  al quadrato  $GH$  in ragione composta di  $AF$  ad  $FG$ , e della reciproca di  $GD$  ad  $AB$ , per-

perchè alla triplicata di  $AB$ , e  $GD$  aggiunta questa reciproca di  $GD$  ad  $AB$  rimane la sola duplicata di  $AB$  a  $GD$ , che è la stessa del quadrato  $AR$  al quadrato  $GH$ .

## PROPOSIZIONE LX.

*Se il solido BEFL, fisso nel muro eguagli la sua Fig. 192.  
resistenza rispettiva, di maniera che aggiuntole qualunque minimo peso debba troncarsi, sarà il suo peso alla di lui resistenza assoluta, come  $CD$ , distanza del centro di gravità della sezione dal sostegno  $EF$ , alla distanza  $GC$  del centro di gravità  $G$  di esso solido della medesima sezione.*

**I**mperochè congiunta  $DG$ , sarà  $CDG$  il vettore inflesso, in cui dal termine  $G$  tenta di muoversi il peso del solido per la direzione  $GH$  parallela a  $CD$ , e la resistenza assoluta trattiene esso solido per la direzione  $GC$ , cui tirata la parallela  $DH$ , comechè queste due forze hanno egual momento, dovrà stare il peso del solido alla resistenza assoluta, cui si equilibra, come  $CD$ , distanza del centro della resistenza dal sostegno alla  $DH$ , ovvero  $CG$ , distanza del peso dal medesimo sostegno. Il che &c.

## COROLLARI.

**I.** Fra tutti i solidi simili  $AEL$ ,  $VTO$  un solo Fig. 193.  
può essere quello, che col proprio peso pareggi  
la resistenza sua rispettiva, perchè essendo simili  
le sezioni  $AE$ ,  $VT$  le loro distanze centrali sono  
proporzionali all' altezze, ed alle larghezze, onde  
il momento della resistenza in  $AE$ , a quello in  
K. VT.

$VT$ , sarà in triplicata ragione delle altezze  $BE$ ,  $KT$ : ma il momento del peso nel solido  $AEL$ , a quello dell' altro  $VTO$ , sarà in ragione quadruplicata delle stesse altezze  $BE$ ,  $KT$ , per essere composta di quella de' solidi, che è triplicata di  $BE$  a  $KT$ , e delle distanze  $GC$ ,  $HI$  de' loro centri di gravità da quelle basi, che sono pure proporzionali alle medesime altezze  $BE$ ,  $KT$ , dunque ha maggior ragione il momento del peso del solido maggiore  $AEL$  al momento del minore  $VTO$ , che il momento della resistenza del primo alla resistenza dell' altro; onde se il momento di  $AEL$  pareggiasse la resistenza  $AE$ , il momento  $VTO$  farebbe minore della resistenza  $VT$ , e viceversa se il momento  $VTO$  pareggiasse la resistenza  $VT$ , il momento  $AEL$  sarebbe maggiore della resistenza  $AR$ , dunque un solo de' simili solidi può uguagliare la sua resistenza rispettiva.

Fig. 195.

II. Parimente un solo de' simili solidi, che tirasse direttamente col suo peso la sezione, potrà pareggiare la resistenza assoluta, essendo il peso di  $AEL$  a quello di  $VTO$ , come il cubo  $AB$  al cubo  $KT$ , ma la resistenza assoluta nella sezione  $AE$  a quella dell' altra  $VT$ , è come il quadrato  $AB$  al quadrato  $KT$ , onde se il solido maggiore eguagliasse col suo peso la resistenza assoluta, non potrebbe il minore pareggiarla, e se il minore eguagliasse la sua resistenza, dovrebbe il maggiore superarla, per essere maggiore la ragione de' pesi di quella delle resistenze.

### PROPOSIZIONE LXI.

*Trovare infiniti solidi, che sporgendo fuori del  
muro*

*muro abbiano le resistenze rispettive sempre proporzionali a' momenti de' loro pesi ; onde se il peso di uno eguagliasse la resistenza della sua base , ancora il peso di qualunque altra sua porzione eguagli la resistenza della propria base .*

**P**osto verticale il trilineo parabolico  $CEFB$ , Fig. 196. di cui è tangente l'orizzontale  $FB$ , si aggiunga alla stessa  $FB$  in sito orizzontale il parallelogrammo  $FBA$ , o il tritangolo  $FAB$ , o qualunque parabola  $FGAB$  di qualsivoglia genere, indi moltiplicata una figura con l'altra ne riesca il solido  $ABFCR$ , sarà il momento del peso di questo al momento del peso di qualunque altra porzione  $GDFEH$  tagliata col piano  $DH$ , parallelo al piano  $BR$ , come il momento della resistenza  $BARC$  al momento dell'altra parallela sezione  $DGHE$ . Imperocchè quando l'orizzontale è un rettangolo  $ABF$ , il momento della resistenza della sezione  $ABCR$  a quello della resistenza  $GDEH$ , sarà come il quadrato  $BC$  al quadrato  $DE$ , essendo le loro centrali distanze come le altezze, e le larghezze eguali: ma il momento del peso del primo solido  $ABFCR$ , al momento del peso del secondo  $GDFEH$ , essendo in ragione composta di  $BC$  a  $DE$ , e del quadrato  $BF$ , al quadrato  $FD$ , i quali sono pure come le altezze  $CB$ ,  $DE$ , dunque i momenti delle resistenze sono proporzionali a' momenti de' pesi di tali solidi; onde se il cuneo  $ABFCR$  col proprio peso eguaglia la resistenza rispettiva della sua base  $AC$ , ancora il cuneo  $GDFEH$ , dovrà pareggiare la resistenza della sua base  $GE$ ; e qualunque altra figura

orizzontale moltiplicandosi col verticale trilineo parabolico, non essendo più eguale la larghezza delle sezioni  $AC, GE$ , sarà il momento della resistenza nella prima a quello nella seconda, in ragione composta del quadrato  $BC$  al quadrato  $DE$ ; e della larghezza  $AB$  all' altra  $GD$ ; ed essendo questi solidi  $ABFCR$ ,  $GDPEH$  proporzionali a' parallelepipedi eretti sopra le stesse sezioni  $AC, GE$  nelle loro lunghezze  $BF, DF$ , avranno ancora la distanza de' loro centri di gravità delle sue basi proporzionali a dette lunghezze, onde il momento del peso nel primo solido al momento nel secondo, sarà in ragione composta delle sezioni  $AC, GE$ , e de' quadrati delle lunghezze  $BF, DF$ , i quali sono come l' altezze  $BC, DE$ : duoque ancora essi momenti sono in ragione composta de' quadrati  $BC, DE$ , e delle larghezze  $AB, GD$ , e però sono proporzionali a' momenti delle resistenze nelle loro basi; onde se uno di detti pesi eguaglia la sua resistenza rispettiva, ancora l' altro pareggerà la sua resistenza corrispondente. Il che &c.

## C O R O L L A R I :

Fig. 198.

I. Se si facesse girare il medesimo trilineo parabolico intorno alla sua tangente  $FB$ , onde risulterebbe il solido rotondo  $CEFHR$  simile allo spazio d' una tromba, averà pure le resistenze rispettive proporzionali a' momenti de' pesi delle sue porzioni, essendo il momento della resistenza  $CR$  a quello della resistenza  $EH$  in ragione composta di tali sezioni circolari, e de' loro raggi  $BC, DE$ , come de' quadrati  $BF, DF$ , della qual ragione si compongono ancora i momenti de' pesi di essi solidi.

lidi, essendo ancor essi in ragione composta delle basi suddette circolari, e de' quadrati delle lunghezze  $BF$ ,  $DF$ , proporzionali a' raggi  $BC$ ,  $DE$ .

II. Se dell' ordinate  $BC$ ,  $DE$  di questo trilineo parabolico si facessero pure da per tutto quadrati, o simili triangoli, o altri poligoni simili, ne riuscirà parimente un solido, le cui porzioni, col loro peso, potranno avere egual resistenza.

## PROPOSIZIONE LXII.

*Il solido cilindrico, o prismatico  $AFLG$ , sostenuto in  $D$ , abbia i pesi  $P$ ,  $H$  pendenti dagli estremi, e da essi si equilibri lo di lui resistenza, essendo i massimi, che possa reggere senza rottura. E lo stesso solido pasato nell' altro sostegno  $B$ , abbia ivi parimente la sua resistenza equilibrata da' pesi  $M$ ,  $N$ , attaccati ne' medesimi termini  $L$ ,  $F$ , sarà la somma de' primi pesi  $P$ ,  $H$  a quella degli altri due  $M$ ,  $N$ , come reciprocamente il rettangolo  $LB F$  al rettangolo  $LDF$ , prescindendo però dal peso di esso solido.*

Tavola  
XX.

Fig. 199

**I**mperochè essendo tutti questi pesi di egual momento, sarà  $P$  ad  $H$ , come  $FD$  a  $DL$ , e componendo la somma di  $P$  ed  $H$ , sarà ad  $H$  come  $FL$  a  $DL$ ; ma  $H$  ad  $N$  è come  $FB$  a  $DF$ , ed  $N$  alla somma de' due  $M$ ,  $N$ , come  $LB$  ad  $FL$ ; dunque la somma di  $P$  ed  $H$  alla somma di  $M$  ed  $N$ , è in ragione composta di  $FL$  a  $DL$ , di  $FB$  a  $DF$ , e di  $LB$  ad  $FL$ , onde di quà e di là togliendo  $FL$ , che è un antecedente eguale ad un conseguente, resta, che la somma di  $P$  ed  $H$  a quella di  $M$  ed  $N$  sia come il rettangolo  $LB F$  all' altro  $LDF$ . Il che &c.

## COROLLARI.

I. Dunque le resistenze rispettive in  $D$ , e in  $B$ , pareggiate dalle somme di que' pesi, saranno anch' esse reciprocamente come i detti rettangoli  $LB F$ ,  $L D F$ .

II. Onde la minima resistenza di tal solido sarà nel mezzo, perchè la resistenza in  $D$  a quella in  $B$  ( se fosse  $D$  nel mezzo, di manierachè  $L D F$ , farebbe il quadrato della  $D F$ , metà di tutta la lunghezza  $F L$ ) sarà come il rettangolo  $L B F$  al quadrato  $D F$ , che è maggiore di esso.

Fig. 100. III. La scala di tali resistenze di un solido cilindrico, o prismatico  $F L$  di eguale grossezza, farà la figura  $F Q N P L$  reciproca della parabola  $F H N L$  eretta sopra la base della lunghezza di tal solido; Imperocchè, essendo la resistenza nel mezzo  $D$  a quella in un' altro punto  $B$ , come il rettangolo  $L B F$  al quadrato  $D F$ , ed essendo questi come le rette  $H B$ ,  $D N$  diametri di essa parabola, facendo come  $B H$  a  $D N$ , così la stessa  $D N$  alla  $B M$ , ne riuscirà quella curva  $N M$ , in cui la resistenza della sezione in  $D$ , alla resistenza dell' altra in  $B$ , sarà come  $D N$  a  $B M$ ; onde sarà fatta la scala di tali resistenze, come accennò il Sig. Viviani.

## PROPOSIZIONE LXIII.

Fig. 101.

*Se il prisma, o cilindro  $A B$  sostenuto nel mezzo in  $D$ , sarà di tanta lunghezza, che il peso delle proprie sue parti eguali  $A D$ ,  $D B$  pareggi la sua resistenza  $C D$ , di manierachè con un minimo peso aggiunto potesse troncarsi, preso un' altro prisma, o cilindro  $M N$  egualmente grosso, ma di lunghezza me-*  
dio

*dia proporzionale fra tutta la  $AB$ , e la sua metà  $AD$ , il quale sia sostenuto ne' suoi estremi  $M, N$ , sarà il momento di questo suo peso parimente eguale alla resistenza della sua media sezione  $PQ$  eguale all' altra  $DC$ .*

**I**mperochè essendo la metà del peso  $AB$ , cioè la porzione  $AC$ , applicata nel suo centro di gravità nella sezione  $EG$ , che divide per mezzo la lunghezza  $AC$ , e l' altra metà di peso, cioè  $BC$  nel centro della sezione  $HF$ , che divide per mezzo l' altra parte  $CB$ , gli quali pesi col loro momento fanno forza alla resistenza della sezione  $CD$ ; Similmente reggendosi dal sostegno  $M$ , la metà di quell' altro solido  $MP$ , e l' altra metà  $NP$  dal sostegno  $N$  con le distanze  $QM, QN$ , le quali pure faranno medie proporzionali fra le lunghezze  $AC, CE$ , siccome l' intera  $MN$ , si è supposta media proporzionale fra tutta la  $AB$ , e la metà  $AC$ , dunque il peso  $AC$  al peso  $MP$  sarà pure reciprocamente, come la distanza  $QM$  alla distanza  $GD$ , dalle quali essi pesi vi pendono, e però faranno eguali i loro momenti, e lo stesso può dirsi dell' altre due metà d' ambi i pesi applicate similmente a rompere le eguali resistenze  $DC, QP$ ; dunque ha la stessa forza il cilindro o prisma  $AB$  sopra la resistenza della sezione  $CD$ , come il cilindro  $MN$ , sopra la resistenza dell' eguale sezione  $QP$ .

#### PROPOSIZIONE LXIV.

*Nel solido  $LBFM$  retto fra due sostegni ne' suoi Fig. 101.  
termini  $L, F$ , le resistenze ne' siti  $R, D$ , sono in ragione composta della sezione  $RTO$ , all' altra  $DBM$ ,*

K 4

e del-



e delle loro centrali distanze  $PR$ ,  $QD$ , e della reciproca de' rettangoli  $LDF$ ,  $LR F$ .

**I**mperocchè se vi fosse parimente sostenuto un prisma  $FGHNA$  di eguale lunghezza, le cui sezioni fossero eguali ad una di quelle  $BDM$ , che nel sito  $R$ , sarebbe  $REK$ , la resistenza di  $RTO$  a quella di  $REK$ , sarebbe come il prodotto di tali sezioni nelle distanze  $PR$ , ed  $SR$ , la quale è eguale a  $QD$ : ma la resistenza di  $REK$  a quella di  $DBM$ , (per il Coroll. 1. della Propos. 62.) è reciprocamente come il rettangolo  $FDL$  al rettangolo  $FRL$ , dunque la resistenza di  $RTO$  a quella di  $BDM$  è la ragione composta di tali sezioni, e delle loro distanze centrali, e della reciproca di que' rettangoli. Il che &c.

#### C O R O L L A R I.

I. Le resistenze di tali solidi sostenuti ne' suoi estremi, saranno eguali in qualunque sito, quando i prodotti di ciascuna sezione nella sua distanza centrale saranno proporzionali a' rettangoli delle parti della lunghezza del solido divisa da tali sezioni. Imperocchè la ragione composta di questi prodotti, e della reciproca de' medesimi rettangoli sarà ragione di egualità.

II. E se tali sezioni saranno parallelogrammi, o triangoli, o parabole, le cui distanze centrali sarebbero proporzionali alle loro altezze, allora i prodotti del quadrato delle altezze e delle basi di tali sezioni, saranno proporzionali a detti rettangoli.

Fig. 203.

III. Se sarà qualunque figura  $FBL$  posta ver-  
ti-

ticamente, e gli si connetta un orizzontale figura  $FOL$ , in cui sia come una data linea  $FG$  a qualunque ordinata  $RO$ , così il quadrato dell'ordinata  $RI$  nella figura verticale, al rettangolo  $LRF$ , riuscirà il solido composto di queste due figure, le cui ordinate facciano tanti parallelogrammi, o triangoli, o parabole, di resistenza eguale in qualunque sito, perchè il prodotto del quadrato  $IR$  nella base della sezione  $RO$ , essendo eguale al prodotto della data  $FG$ , nel rettangolo  $LRF$ , sarà da per tutto il prodotto de' quadrati dell'alttezze nelle basi delle loro sezioni, proporzionale al suo corrispondente rettangolo.

IV. Se  $FBL$  sia un semicircolo, o una femielisse verticale, sarà la figura orizzontale  $FHNL$  un parallelogrammo, le cui larghezze sempre eguali, e però sempre proporzionali alla data retta  $FG$ , come il quadrato  $RI$  nel semicircolo eguaglia il rettangolo  $FRL$ , ed il quadrato  $BD$  eguaglia l'altro rettangolo  $FDL$ , e nella femielisse sono quei quadrati sempre proporzionali a detti rettangoli, onde questo solido averà eguale resistenza in qualunque sezione, come dimostrò il Viviani, e poscia il Blondello, ed indi il Sig. Alessandro Marchetti. Fig. 204

V. Anzi potrebbe farsi una volta compresa da due archi  $FAL$ ,  $FBL$  ambidue ellittici, o pure uno di essi semicircolare, ed avrebbe nelle sue grossezze  $AB$ ,  $IE$  eguale resistenza, essendo quelle stesse le differenze delle sezioni maggiori  $AD$ ,  $IR$ , dalle minori  $BD$ ,  $ER$ , le quali con eguale larghezza sono egualmente resistenti in ciaschedun semicircolo, o femielisse. Fig. 205

VI.

**Fig. 106.** VI. Se poi fosse la figura verticale il parallelogrammo  $ALFG$ , e l'orizzontale una parabola  $FML$  descritta sopra la base  $FL$ , sarebbe pure il solido da queste due figure composto di eguale resistenza, come deve intendersi ciò che ne dice il Galileo, benchè da alcuni in ciò rifiutato, credendo, che la parabola dovesse essere verticale; imperocchè certamente le linee  $RO$ ,  $DM$ , basi delle sezioni di questo solido, essendo come i rettangoli  $FR L$ ,  $FDL$ , faranno pure esse basi moltiplicate per gli quadrati eguali  $IR$ ,  $BD$ , proporzionali a detti rettangoli.

**Fig. 107.** VII. Fatto ancora un triangolo orizzontale  $FHL$ , di cui la base  $FH$  suppongasì eguale alla data  $FG$ , descritta col diametro  $FL$ , eguale al suo lato retto, la parabola  $FIA$ , e compiuti i rettangoli delle ordinate di queste due figure, ne riuscirà un cuneo parabolico di eguale resistenza in qualunque sezione  $IROE$ , perchè come sta  $FG$ , ovvero  $FH$  ad  $RO$ , cioè  $FL$  ad  $RL$ , così sta il rettangolo  $LFR$  al rettangolo  $FRL$ , e però il quadrato  $IR$  essendo eguale al rettangolo  $LFR$ , sta al rettangolo  $FRL$ , come la data linea ad  $RO$ .

### PROPOSIZIONE LXV.

**Fig. 108.** Dato un cilindro  $ABDF$ , in cui il momento del suo peso eguagli il momento della sua resistenza, o essendo fisso nella parete in uno de' suoi estremi, o pure ne' suoi termini retto da due sostegni, ritrovarne altri innumerabili, che abbiano la medesima proprietà.

Si

**S**i faccia la parabola  $GACFI$  in cui l'abscissa del diametro  $CE$  eguagli il diametro del dato cilindro, e l'intera ordinata  $AF$  ne eguagli la lunghezza; tirando in qualsivoglia altro sito per un punto  $H$  del diametro una altra ordinata  $GI$ , s'intenda un'altro cilindro di questa lunghezza  $GI$ , il cui diametro del circolo sia eguale all'abscissa  $CH$ , questo pure averà il momento del suo peso eguale al momento delle resistenze, come si suppone lo avesse il dato cilindro  $ABDF$ . Imperocchè il momento del peso nel primo  $ABDF$  a quello del secondo  $KGIL$ , è in ragion composta di essi solidi, e delle loro lunghezze; ma essi solidi sono in ragion composta delle basi circolari, cioè de' quadrati  $CE$ ,  $CH$ , e delle loro lunghezze, dunque essi momenti de' pesi saranno in ragion composta del quadrato  $CE$  al quadrato  $CH$ , e del quadrato della lunghezza  $AF$  al quadrato  $GI$ , oppure del quadrato  $AE$  al quadrato  $GH$ , i quali sono come  $CE$  a  $CH$  ancor essi; dunque tali momenti de' pesi sono come il cubo  $CE$  al cubo  $CH$ : ma ancora i momenti della resistenza di tali sezioni, essendo come i quadrati de' diametri circolari moltiplicati per le centrali distanze, proporzionali pure a' medesimi diametri, sono come gli stessi cubi  $CE$ ,  $CH$ , dunque i momenti de' pesi sono proporzionali a' momenti delle resistenze, onde siccome nel primo solido il momento del peso eguaglia quello della resistenza, lo stesso riuscirà nel secondo, ed in qualunque altro similmente descritto con la lunghezza di qualsivoglia ordinata della parabola, e col diametro del suo circolo eguale all'abscissa. Il che &c.

Co-

## COROLLARIO.

Lo stesso riesce ne' prismi, ne' conì, e nelle piramidi, le cui lunghezze siano come tali ordinate della parabola, e le sezioni simili abbiano in simile sito l' altezze eguali all' abscisse del diametro di essa parabola.

## AVVERTIMENTO.

**M**Olte altre proprietà appartenenti a questa materia possono osservarsi in un mio libro di risposta Apologetica, siccome ancora ne' Commentarj da me fatti al trattato di resistenza del Viviani, e nell' Appendice ivi da me aggiunte, le quali non occorre quì più rimettere.

Solamente parmi bene avvertire in primo luogo, che un prisma, o cilindro posto sopra due sostegni, di cui si è fin' ora discorso, ha molto minor resistenza, che se ne' suoi termini fosse fitto in due muri: perchè nel primo caso, se la propria gravità, o un peso attaccatogli nel mezzo, può tirarlo in giù, con rompere la sua sezione dove ha il suo centro di gravità, cioè appunto nel mezzo; nel secondo caso bisognerà esservi tanto peso, che oltre il rompere la sezione del solido nel mezzo, ne rompa ancora le altre due sezioni fisse in ambi i muri, cioè verso i suoi termini, non potendo questi alzarli liberamente, e segarsi solo quella di mezzo, perchè in tal caso non sono solamente appoggiati a' sostegni, ma racchiusi nel muro.

In

In secondo luogo si offervi, essersi quel supposto, come ha fatto il celebre Galileo, che le sezioni per cui si schiantano i solidi fissi nel muro, o attaccati in due sostegni, non siano composte di tali fibre, che nella rottura si debbono dilatare, altre più, altre meno, secondo che sono più lontane, o più prossime al loro appoggio, come poscia ha dimostrato il Sig. Mariotte nel suo trattato de' Movimenti dell' Acque, *part. 5. disc. 2.* Il che da molti altri Autori è stato approvato; Imperocchè non si rompe qualunque solido tutto in un tratto, scorgendosi, che ogni bastoncello si piega prima di rompersi; dal che esso Mariotte ne ricava non esser vero il detto dal Galileo, che il peso, tirando un solido rettangolo direttamente, con direzione perpendicolare alla sua base fissa nel muro, stia al peso, che attaccato al termine della lunghezza del medesimo solido, lo tirasse in giù, con direzione perpendicolare all' orizzonte, stia, come la lunghezza di esso solido, alla metà dell' altezza di essa sezione fissa nel muro, che è la distanza del di lei centro dal sostegno; ma piuttosto, dover essere quel peso a quest' altro, come la detta lunghezza del solido, alla quarta, o alla terza parte dell' altezza della sua frazione; il che ancora dal Leibnizio, e dal Signor Warignone si suole dimostrare; ma la diversa condizione di varie materie, in alcuni solidi può far riuscire maggiore, o minore la proposizione di tali pesi, che corrispondono alla proporzione delle due resistenze assoluta, e rispettiva di qualunque solido da essi pesi reppresse.

Ciò può dedursi ancora dal paragone del peso,

so, che possa rompere un solido cilindrico, o prismatico fitto nel muro, con quello, che lo strapperebbe appoggiato il medesimo, co' suoi termini, sopra due sostegni. Vi è chi pretende nel primo caso dover essere il peso attaccato all' estremo termine del solido fitto nel muro, la metà dell' altro peso, nel secondo caso appiccato al mezzo della lunghezza del medesimo solido, sostenuto in ambidue gli suoi termini. Ma nella mia Risposta Apologetica fu dimostrato, dover essere questo non solamente doppio di quello, ma quadruplo: anzi se il solido fosse fitto esattamente co' suoi termini in due muri, e non solamente sovrapposto a due sostegni dovrebbe essere il peso, che lo rompesse, almeno ottuplo di quello, che attaccato nell' ultimo termine dovesse rompere esso solido fisso unicamente con il primo termine nel muro, variandosi però tali proporzioni secondo la diversa materia de' solidi, connessi con fibre di varia forza; onde si sono fatte molte sperienze, in cui il peso attaccato al mezzo del solido semplicemente appoggiato a due sostegni, ora si trovò alquanto minore, ora alquanto maggiore del quadruplo di quello, che era attaccato al termine del medesimo solido applicato solamente con l' altro termine nel muro.

Il Signor Marchese Poleni degnissimo Professore di Matematica nello Studio di Padova, mi mandò le seguenti sperienze da lui fatte, e ne registrerò quì le sue medesime parole, che sono le seguenti.

*Presi un Prisma di legno d' Abete lungo piedi  $2\frac{3}{4}$  (il quale mostrava tutte le condizioni, che possono far credere un eguale resistenza in cadauna fibra),*

*di*

di base quadrata. Era il lato della base linee 8. cioè  $\frac{3}{4}$  di pollice; ed era di due piedi la distanza del punto primo fuori del muro, in cui il Prisma era fitto al punto, in cui stava attaccata una lance, nella quale si andava crescendo il peso mezz' encia per volta: si ruppe questo legno in vicinanza del muro, con libbre 16. once 7. di peso. Riposi dopo il restante Prisma sopra due fulcimenti, in maniera, che la distanza tra quelli fosse pure di due piedi: poi posto nella lance attaccata nel mezzo, il peso (che nella maniera di prima si andava crescendo) si ruppe il Prisma con libbre 62. e once 2. di peso.

Un Cilindro di cera fitto nel muro, il diametro della di cui base era linee 7. la lunghezza dal muro al peso attaccato era d' un piede, si ruppe col peso di una libbra, e once 2. Posto con l' estremità sopra due fulcimenti, distanti pure d' un piede, si ruppe col peso di libbre 5. e once 4.

Un altro Cilindro di cera fitto nel muro, il diametro della di cui base era d' un pollice, ed il peso gli era attaccato in distanza di pollici 7. si ruppe col peso di libbre 8. e once 7. posto sopra due fulcimenti, li quali avevano la stessa distanza, si ruppe col peso di libbre 36.

Un Cilindro di vetro colorato, il diametro della di cui base era 3. linee, fitto nel muro, e posto il peso in distanza d' un piede, si ruppe col peso di libbre una, e once 7. sopra due fulcimenti nella medesima distanza, si ruppe col peso di libbre 6. e once 9.

Un cannello di vetro perforato (come quelli de' barometri) di 3. linee in circa di grossezza, fitto con una estremità nel muro, e posto il peso in distanza



*stanza di un piede , si ruppe col peso di libbre 2 ; posto sopra due appoggi , i quali avevano la stessa distanza , si ruppe col peso di libbre 9. e once 2.*

*Più altre esperienze ho fatto , ma queste bastano per indicarci ( avendo anche riguardo al peso de' Cilindri ) che la proporzione de' pesi ne' casi supposti è sempre vicina alla proporzione di 1. a 4. Ho però osservato , che per lo più il peso attaccato al mezzo del Prisma , o Cilindro è di qualche cosa maggiore del quadruplo del peso attaccato all' estremità del Prisma , o Cilindro fissato nel muro : e mi ha fatto osservare ciò più diligentemente il vedere , che questo accrescimento è più certo ne' corpi di maggior resistenza , che in quelli di resistenza minore .*

*Sarei troppo lungo , se aggiunger volesse a queste altre simili sperienze , da me fatte quì in Pisa , ed altrove ancora da' miei Amici : però credo ci bastino le già addotte , onde quì rimane questo Trattato .*

I L F I N E .

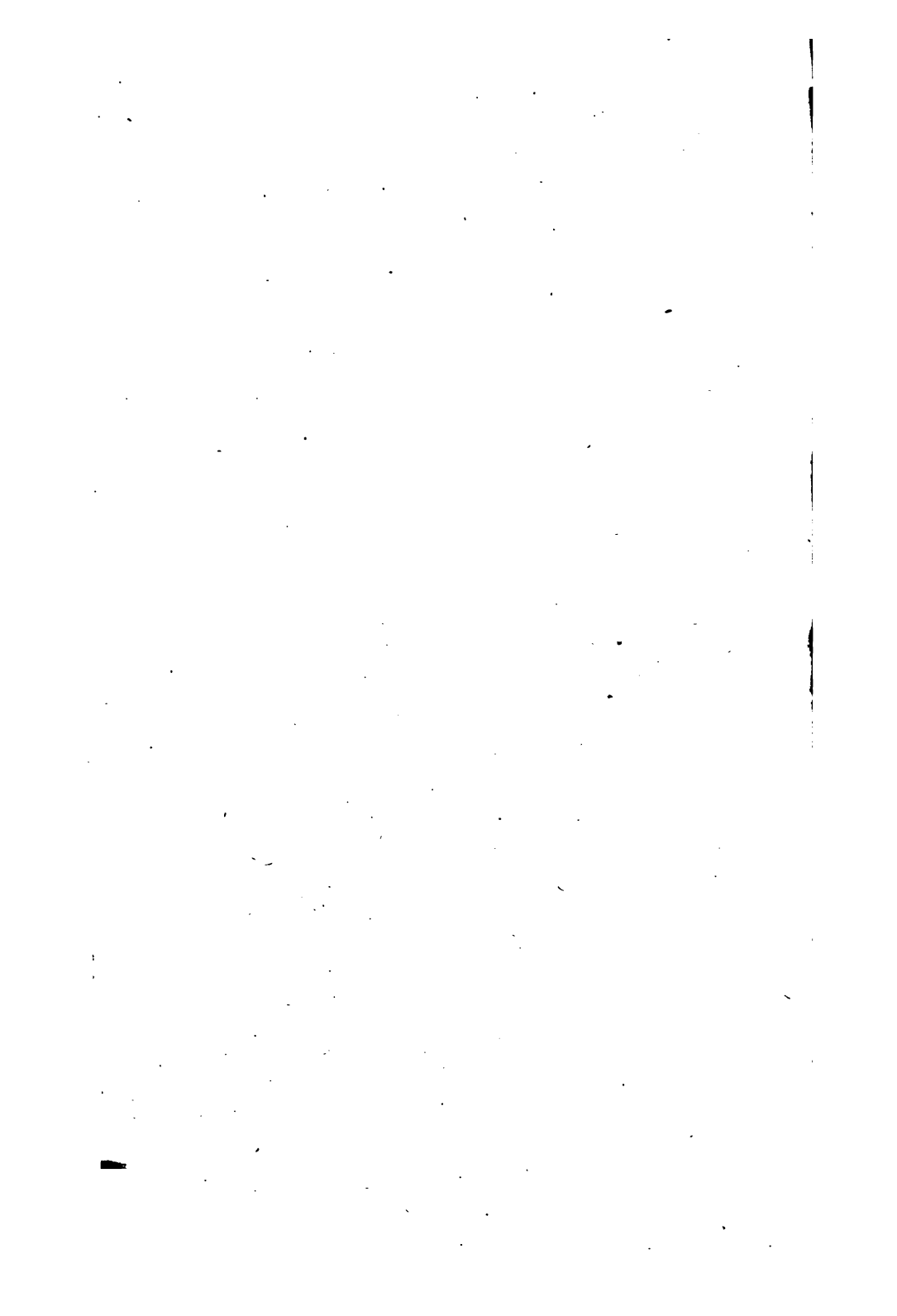
1



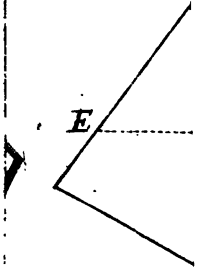
1



M



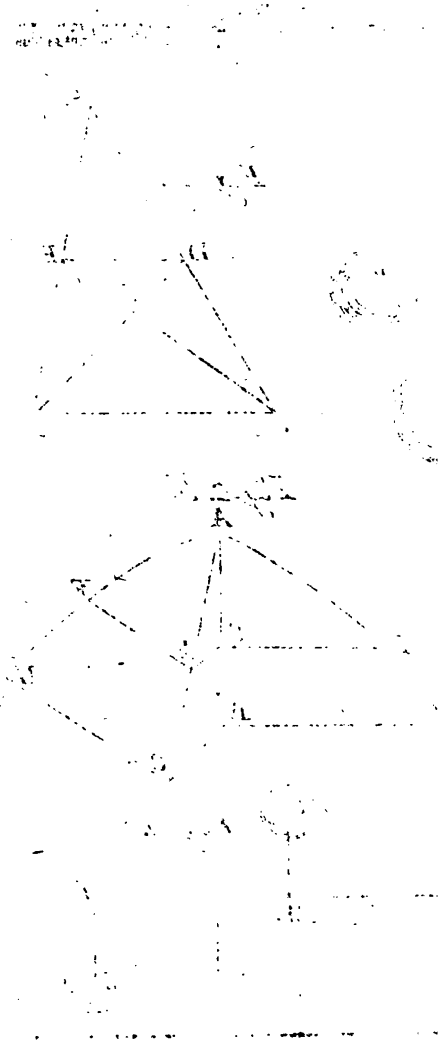
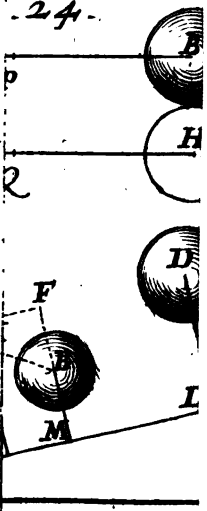
-15-



*Fig.*



-24-



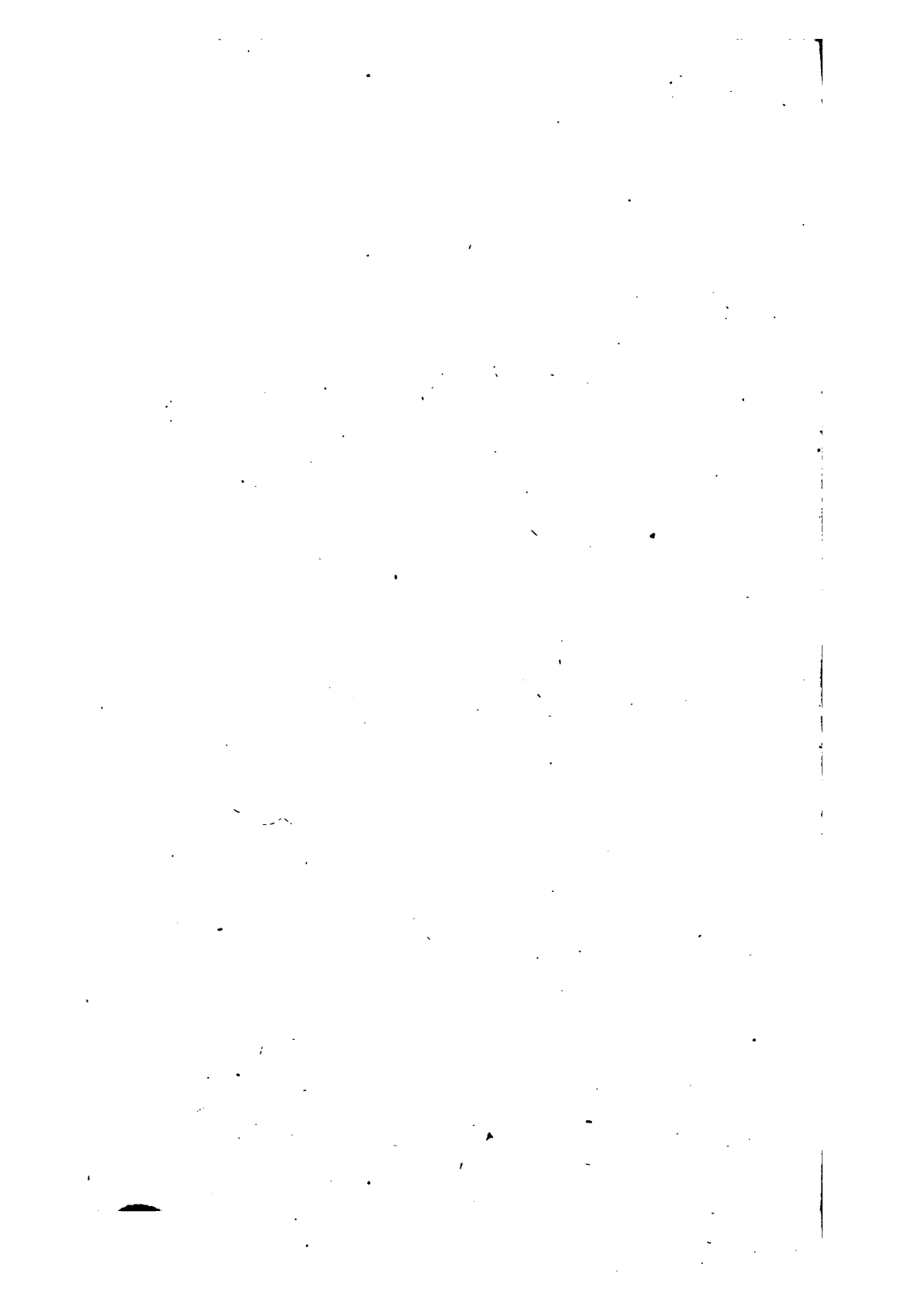


Fig-3



Fig-31

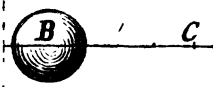


Fig-34-

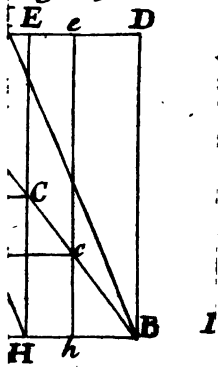
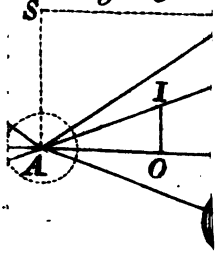


Fig-39-



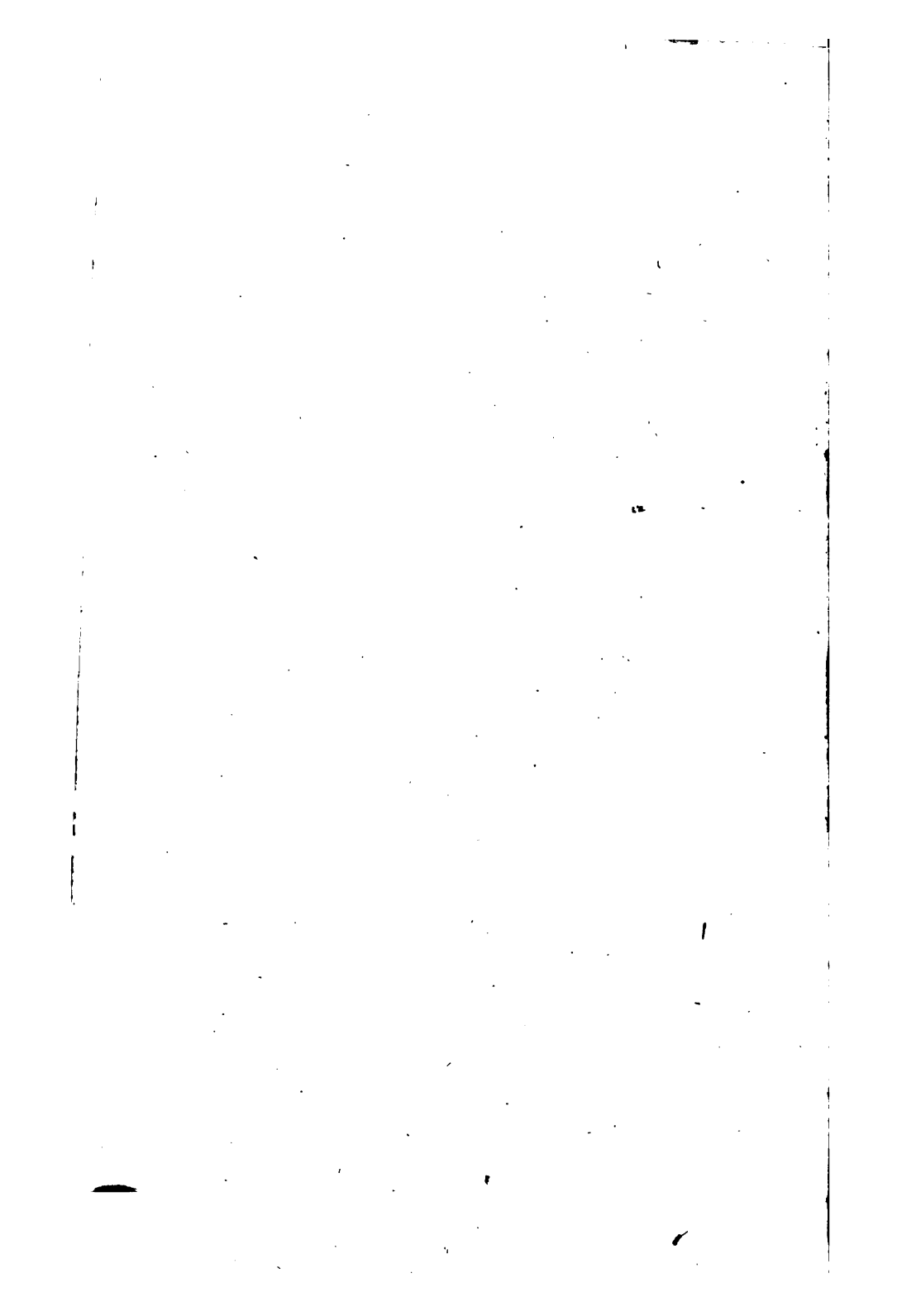
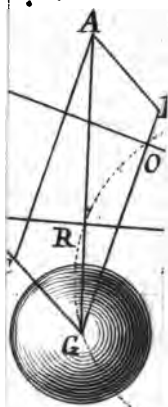
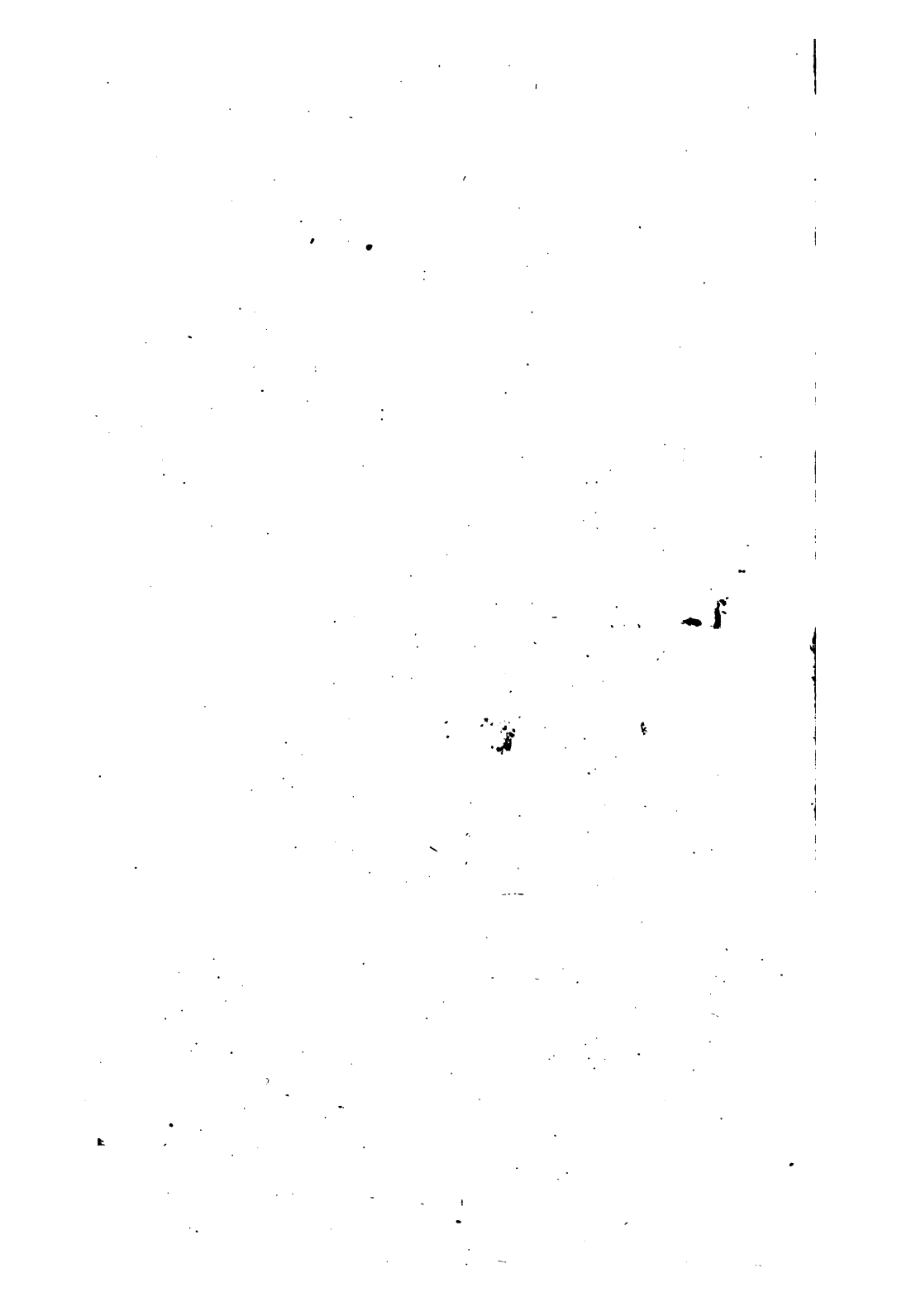
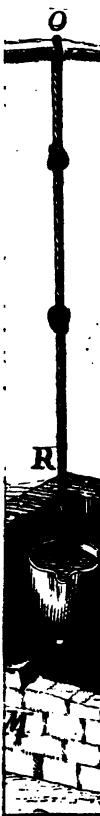


Fig-4-



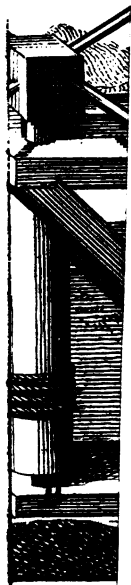




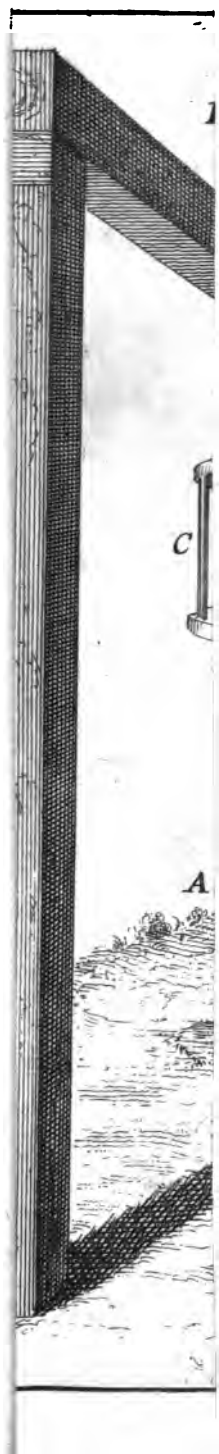




*Fu*  
*o*

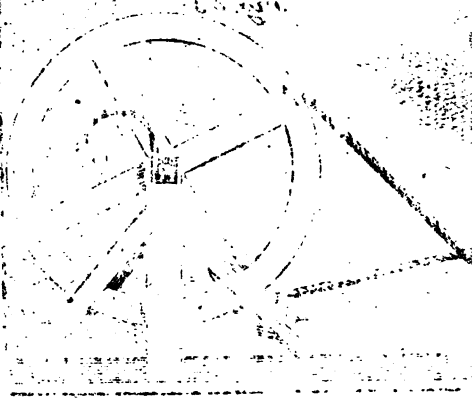
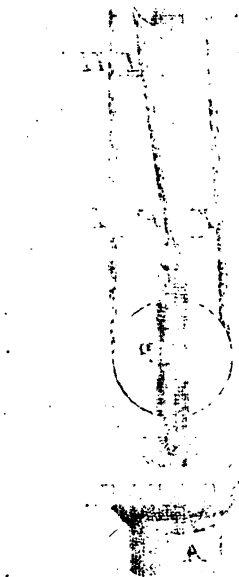




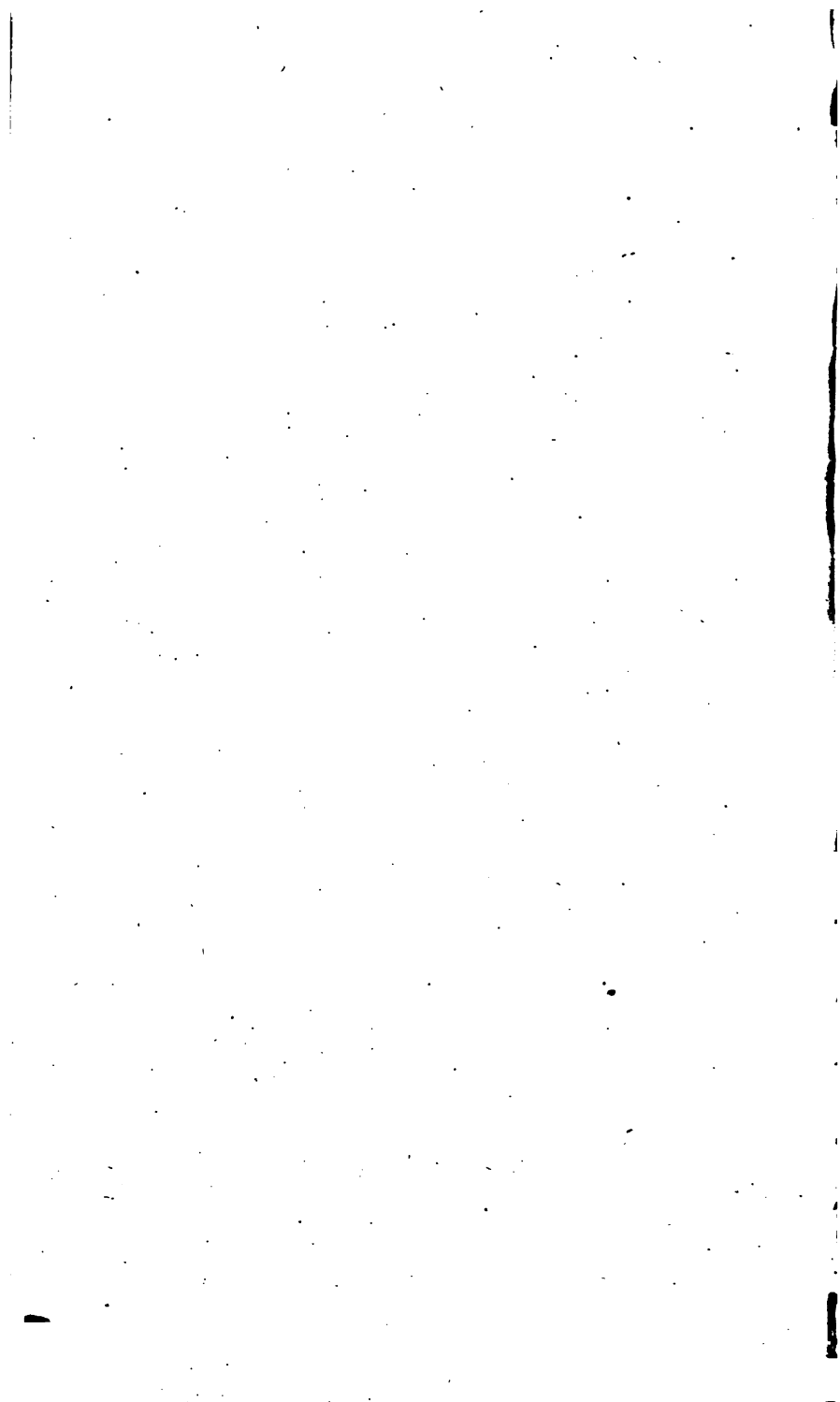




G-







2-75

E

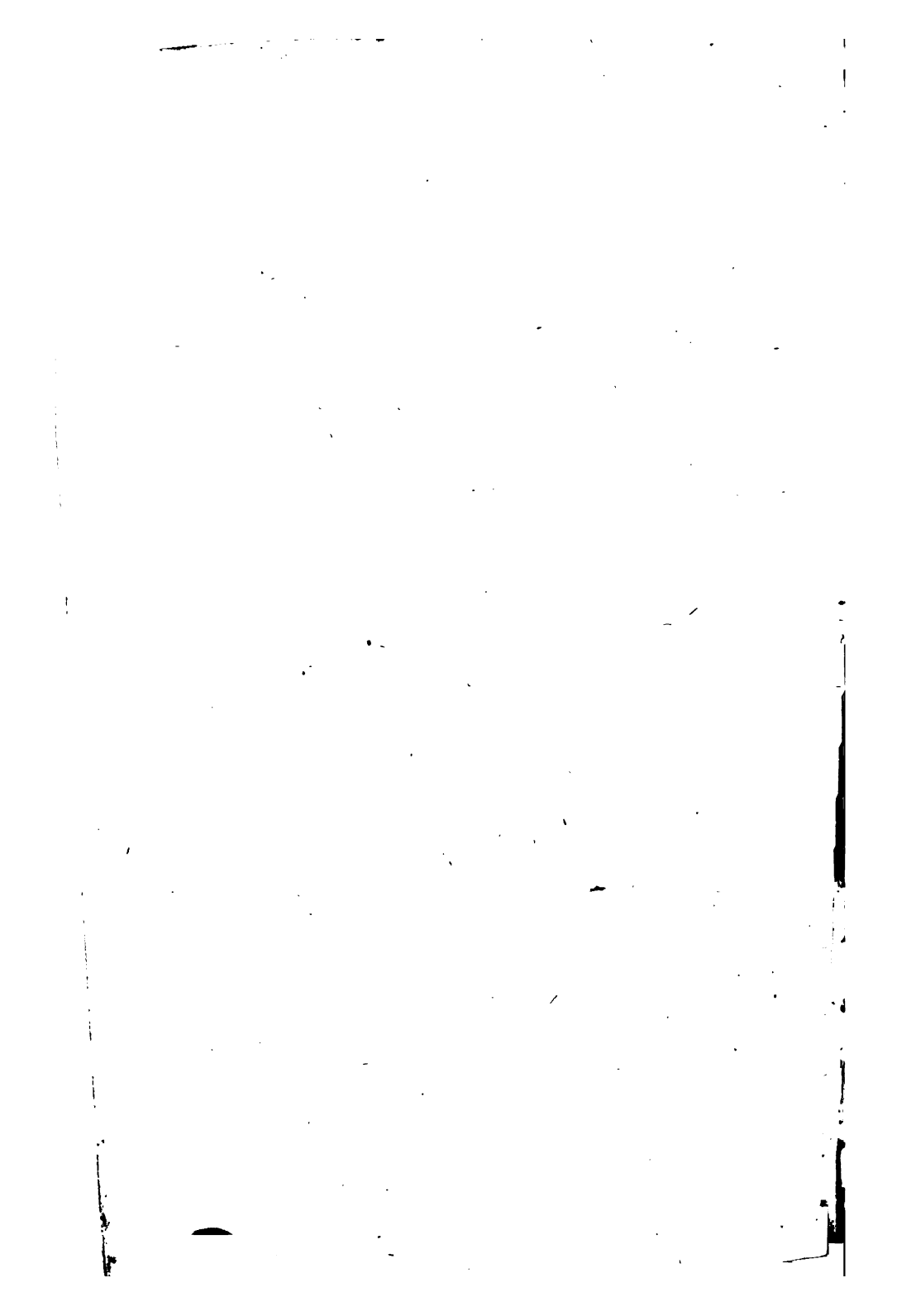
3

B



F<sub>2</sub>





79

E

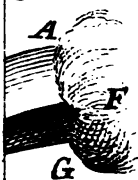




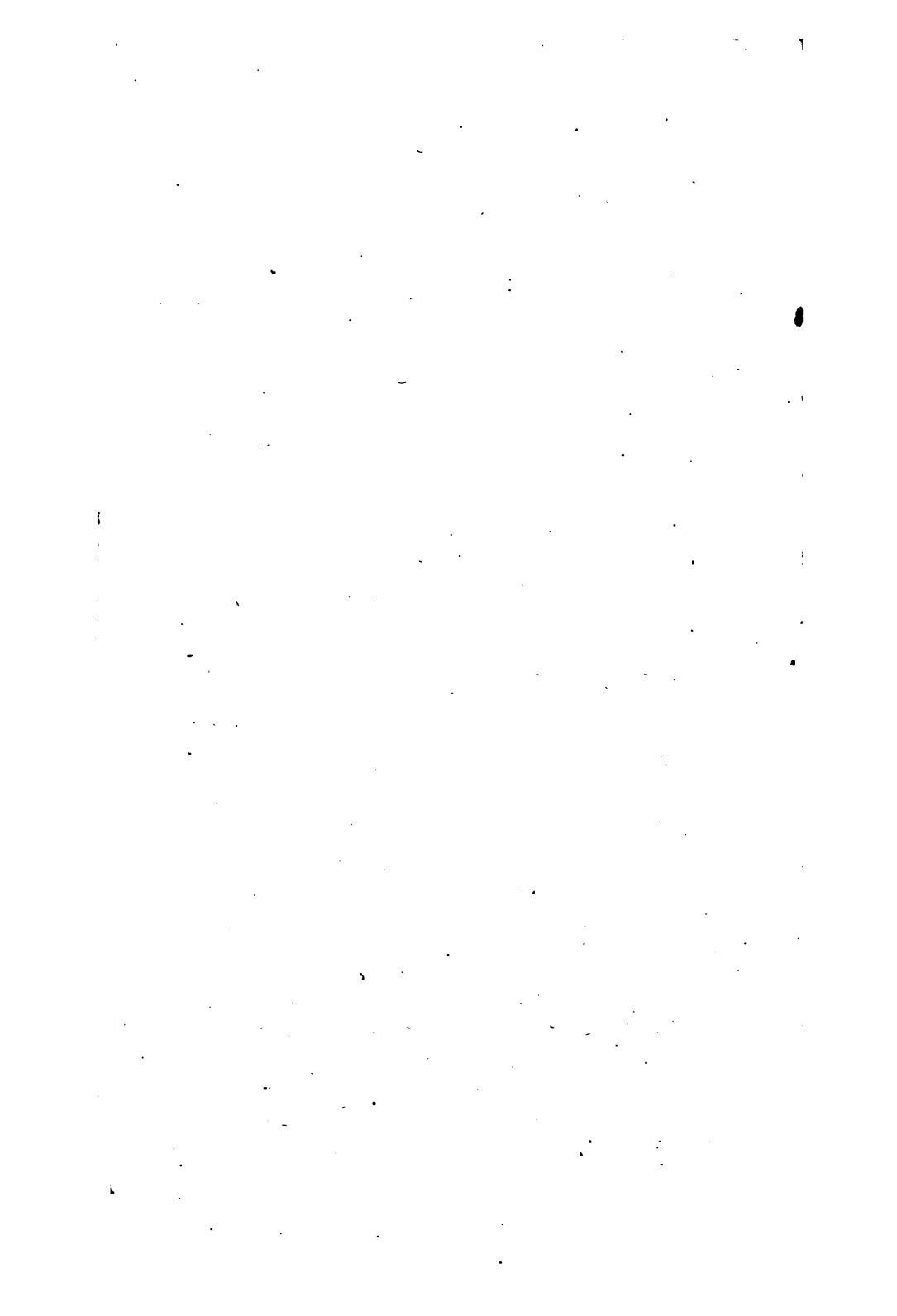
*Fig. 84*

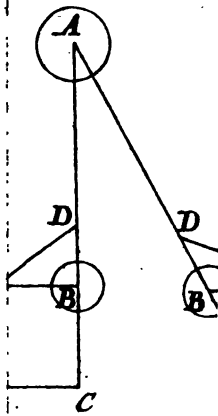
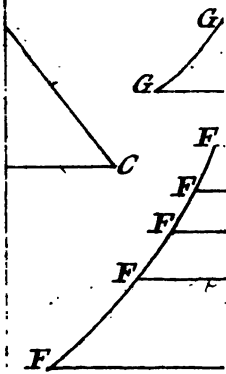


*Fig. 89.*

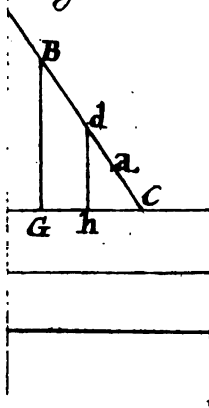


*E*



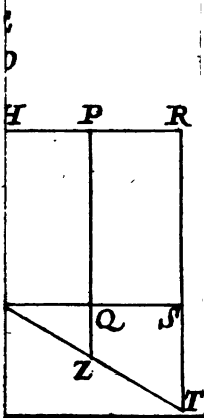
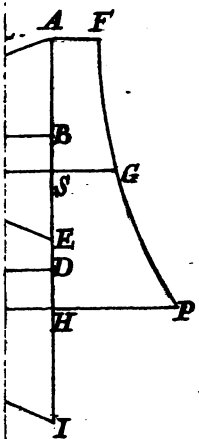
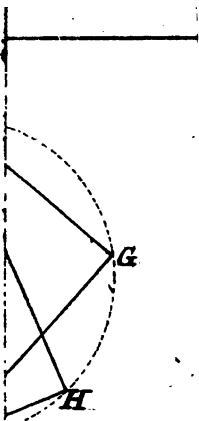


*Fig. 106.*

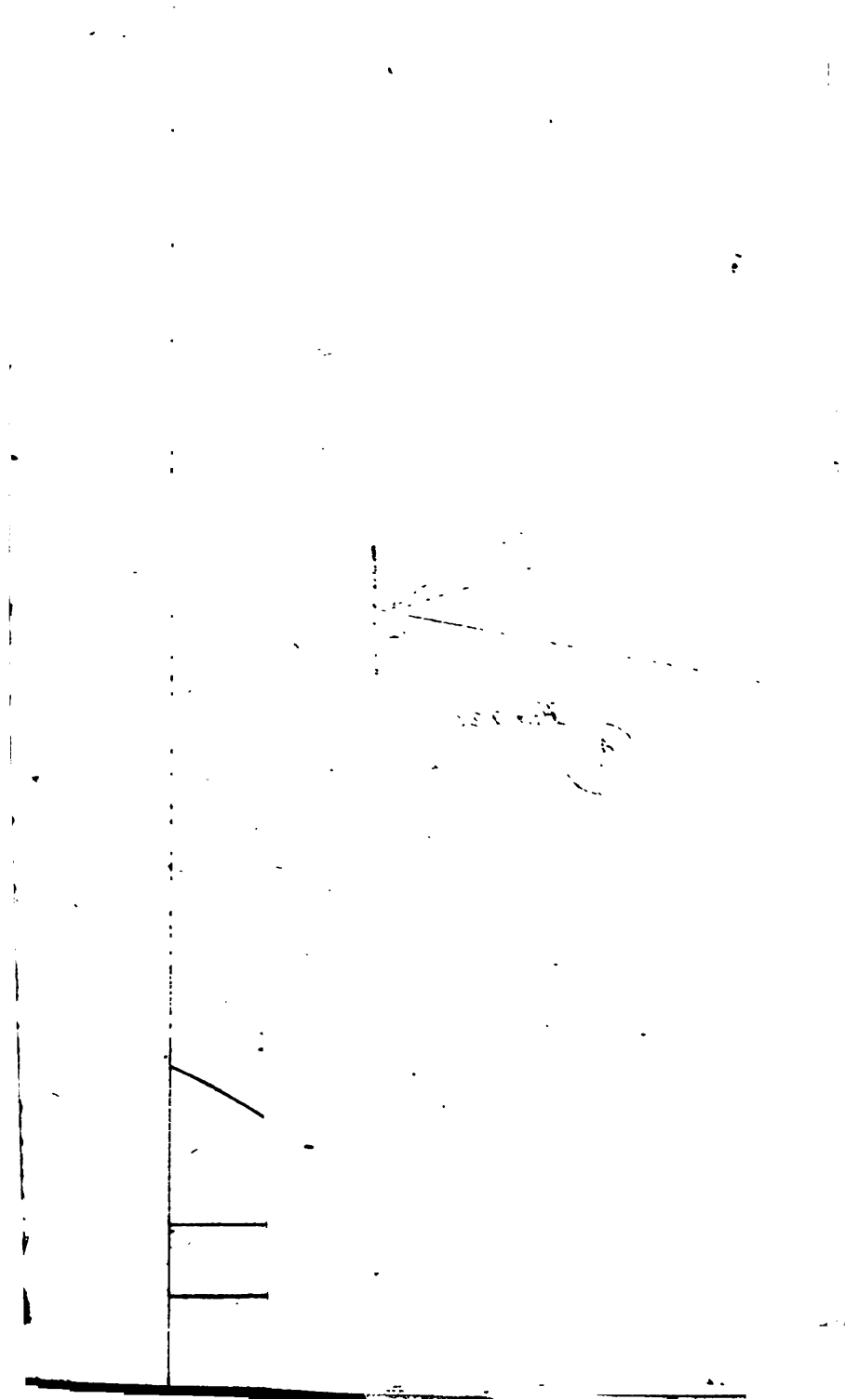


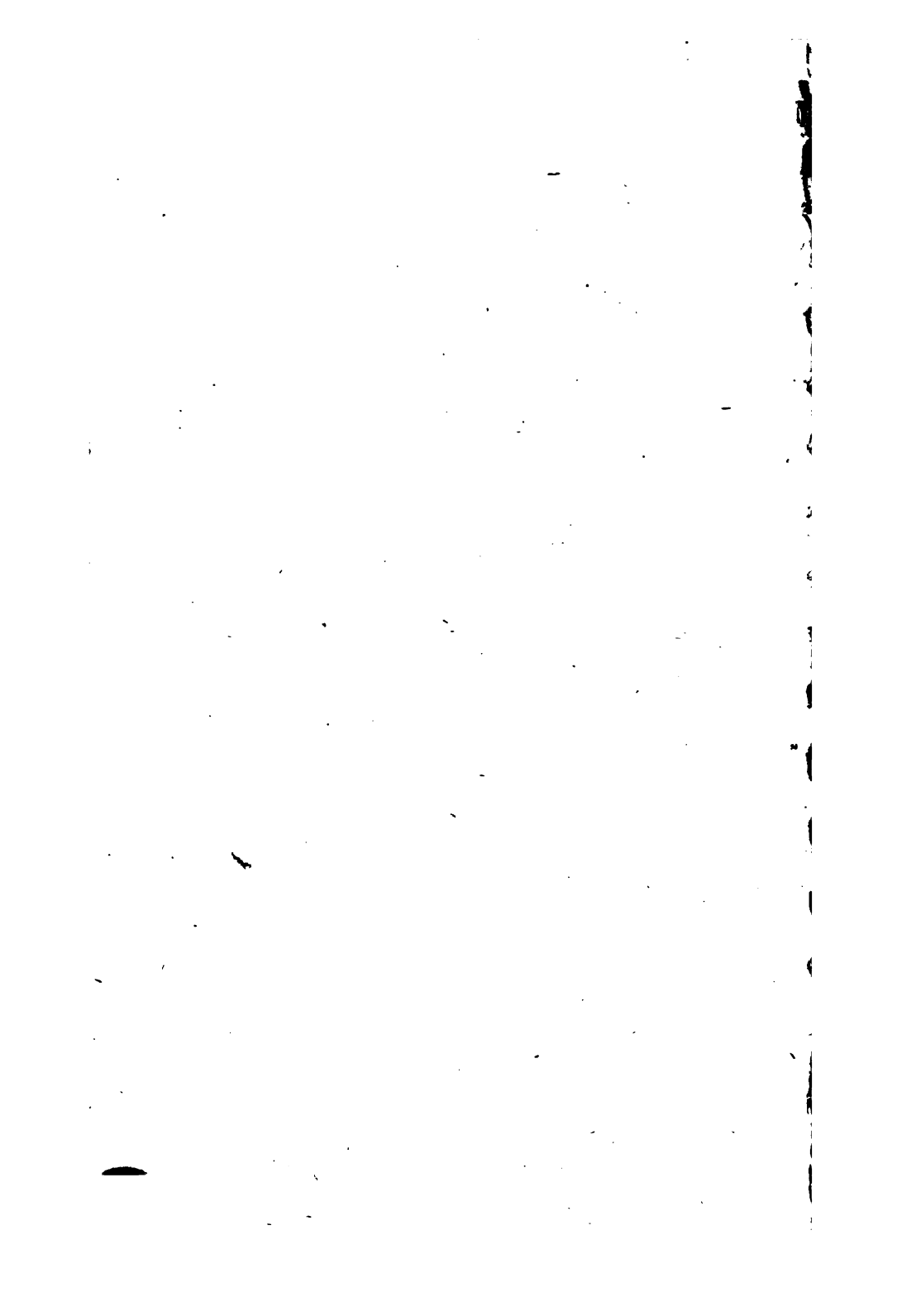






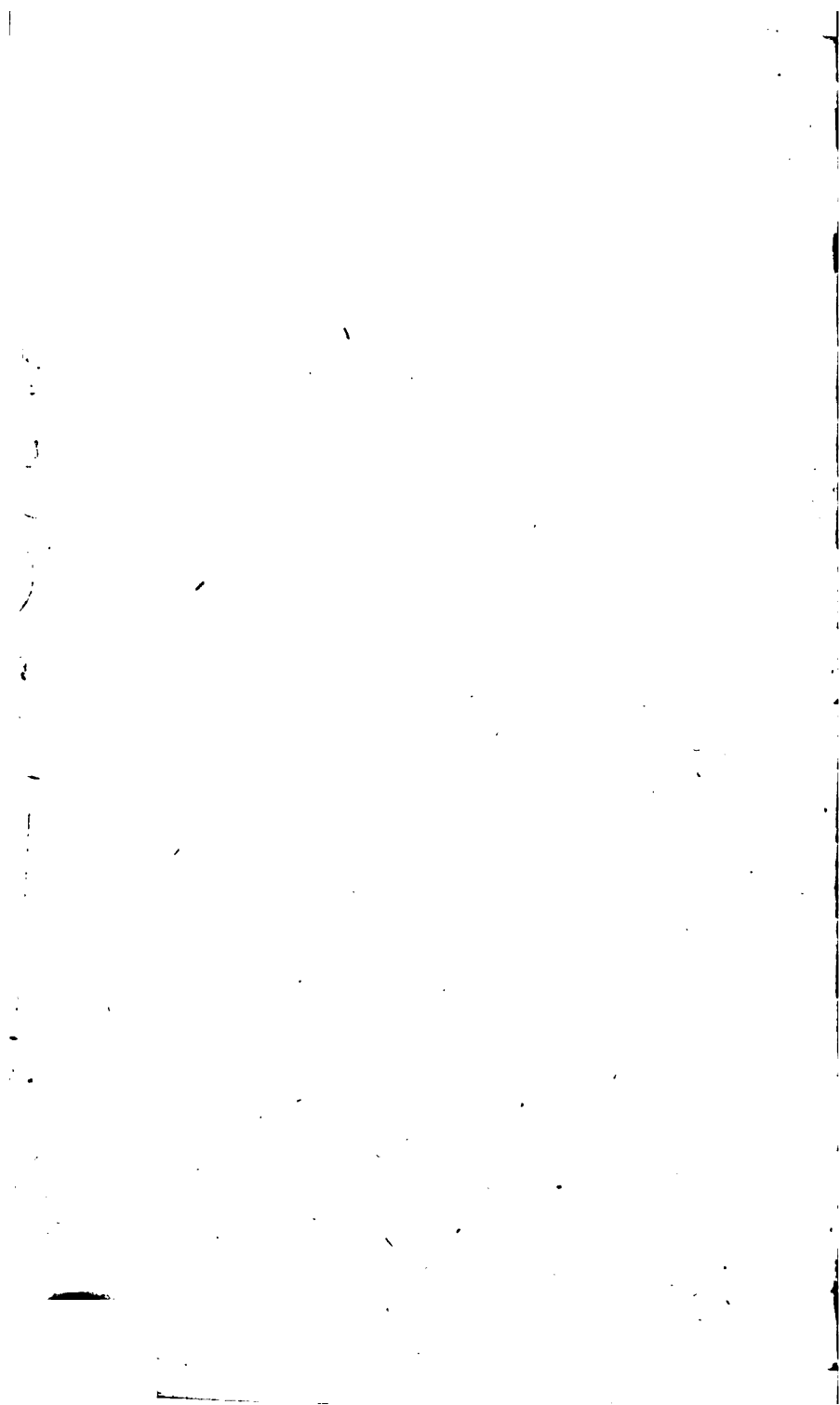






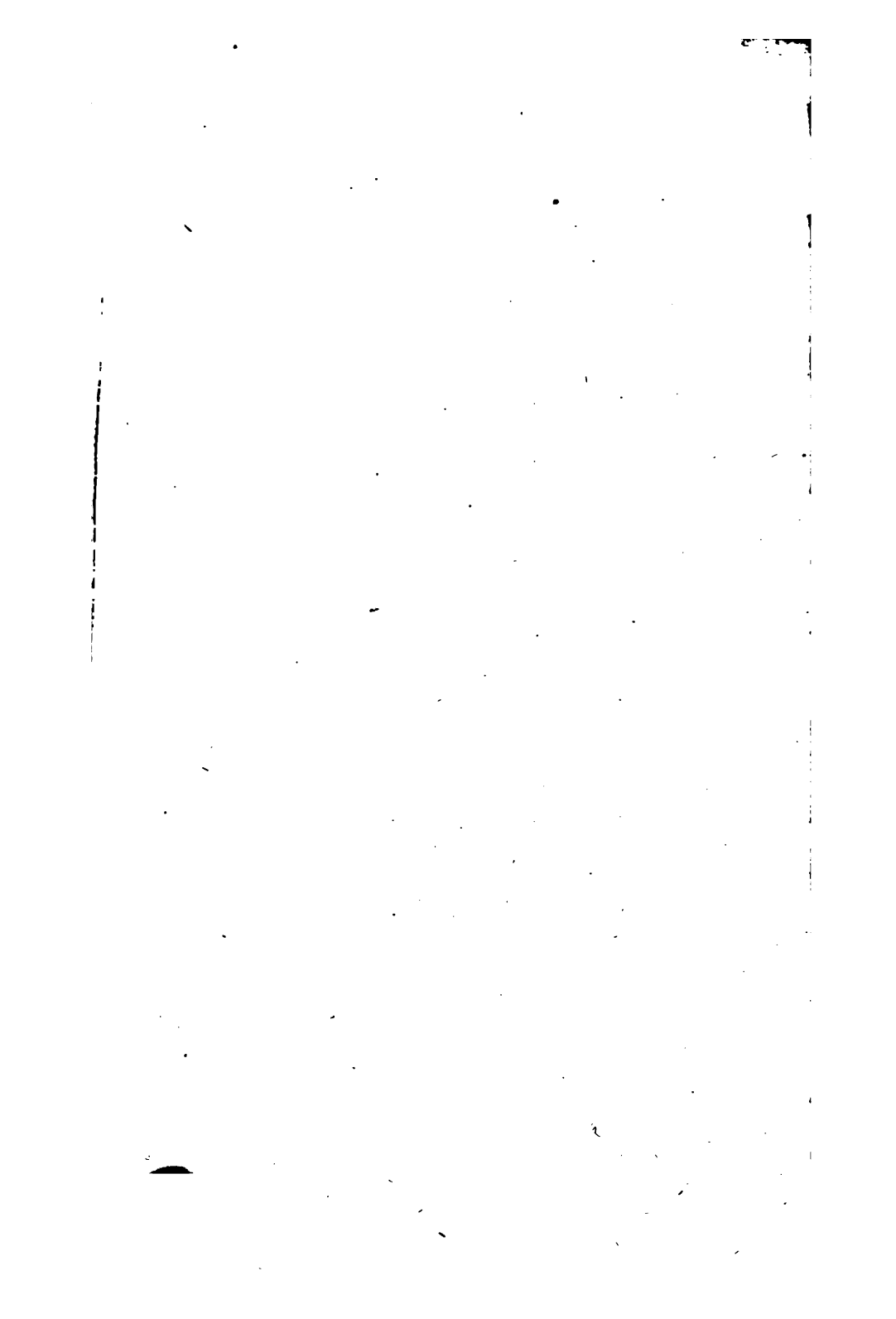


Handwritten text in a cursive script, appearing to be a list or a series of entries. The text is written on lined paper and is mostly illegible due to the quality of the scan. The entries are separated by horizontal lines and some are preceded by small circular marks, possibly indicating a list or a series of items.





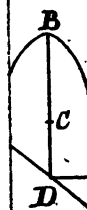
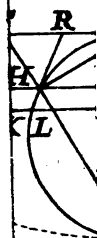


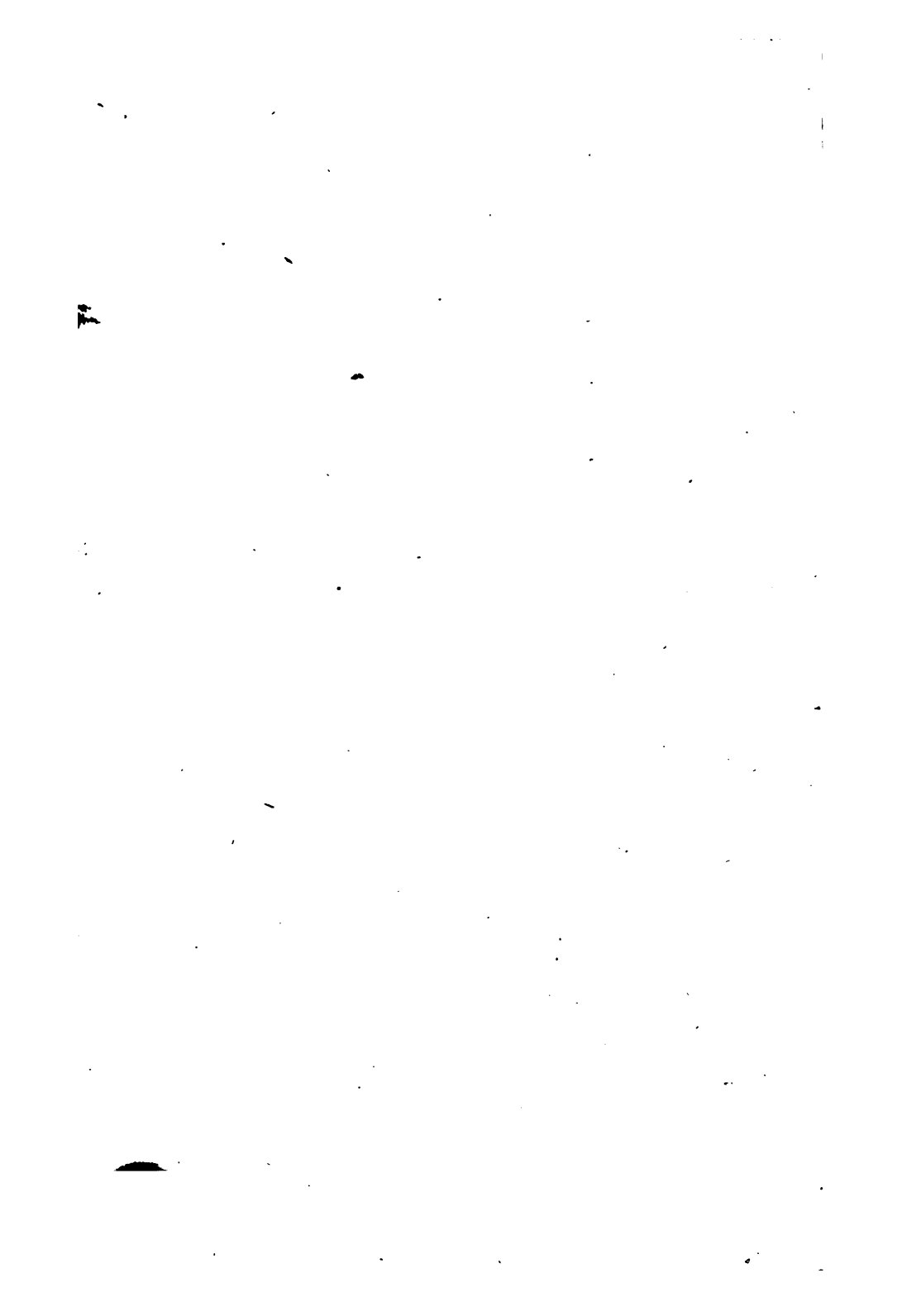


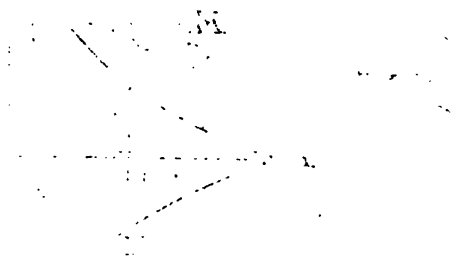
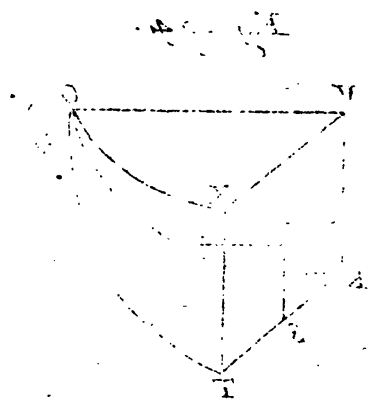
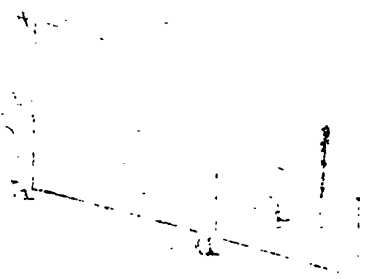
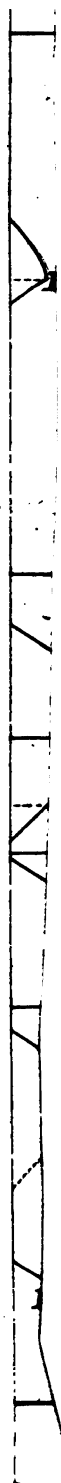




67 6.5 N









9